

Задача 2

До начала рассматриваемого процесса механизм неподвижен. Рассматриваемый переходный процесс описывается уравнением движения:

$$J \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) = M - M_{\text{нагр}}$$

Необходимо подставить в уравнение выражения для M и $M_{\text{нагр}}$, соответствующие варианту:

$$M(t) := M_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$M_{\text{нагр}}(t) := M_{\text{const}}$$

производная угловой скорости есть величина углового сдвига f

$$\frac{d}{dt} \omega = \frac{M - M_{\text{нагр}}}{J} \quad \text{где } J \text{ - момент инерции рассматриваемого механизма}$$

$$\frac{M(t) - M_{\text{нагр}}(t)}{J} \rightarrow \frac{M_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} - M_{\text{const}}}{J}$$

$$\int \frac{M(t) - M_{\text{нагр}}(t)}{J} dt \rightarrow \int \frac{M_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} - M_{\text{const}}}{J} dt \rightarrow \frac{(-T) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot M_0 - M_{\text{const}} \cdot t}{J}$$

$$\int \int \frac{M(t) - M_{\text{нагр}}(t)}{J} dt dt \rightarrow \int \frac{(-T) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot M_0 - M_{\text{const}} \cdot t}{J} dt \rightarrow \frac{T^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot M_0 - \frac{1}{2} \cdot M_{\text{const}} \cdot t^2}{J}$$

$$\text{тогда } f(t) \rightarrow \frac{T^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot M_0 - \frac{1}{2} \cdot M_{\text{const}} \cdot t^2}{J}$$

Подставляя известные числовые значения $M_0, T, M_{\text{const}}, J$ определим закон вращения механизма

к примеру: задаем шаг к переменной "время" равной 1 до 100с

$t := 0, 1 .. 100$ условно примем значения всех известных величин

$t =$

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

$$M_0 := 3 \quad \text{Н}\cdot\text{м} \quad M_{const} = 1 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

$$T := 4 \quad \text{с} \quad J := 7 \quad \text{кг}\cdot\text{м}^2$$

тогда при

$$f(t) \rightarrow \frac{T^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot M_0 - \frac{1}{2} \cdot M_{const} \cdot t^2}{J}$$

$$f(t) \rightarrow \frac{1}{7} \cdot e^{-t} - \frac{1}{14} \cdot t^2$$

график зависимости

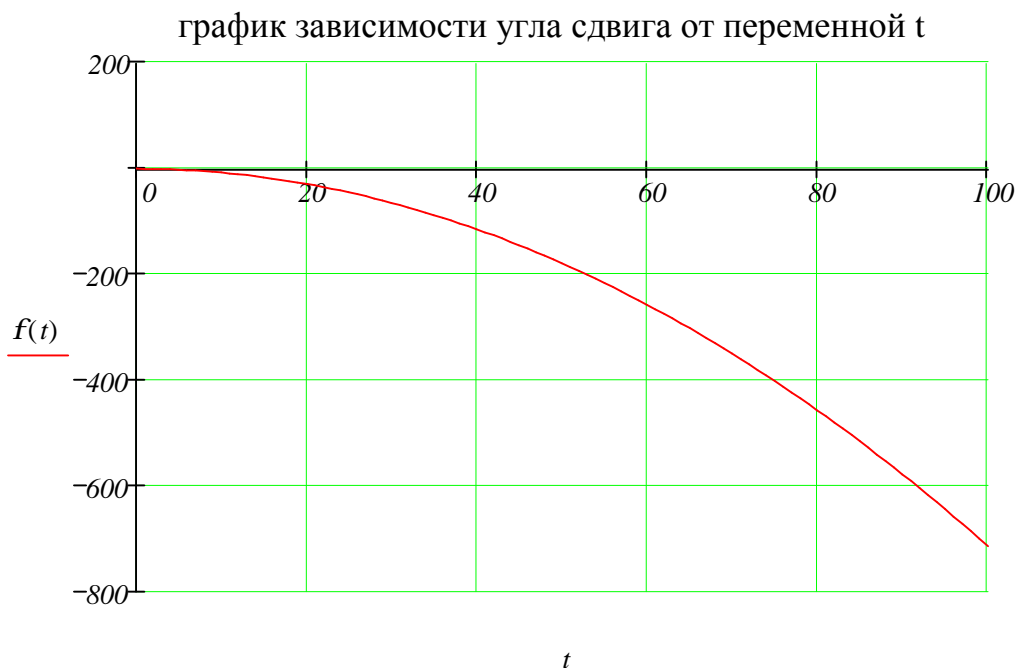
получим

$t =$

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

$f(t) =$

0.143
-0.019
-0.266
-0.636
-1.14
-1.785
-2.571
-3.5
-4.571
-5.786
-7.143
-8.643
-10.286
-12.071
-14
-16.071



Данные выше выкладки были полностью автоматизированны в маткаде

пример вычисления диф. уравнения в программной среде Бейсик:

```
10 PRINT 'РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО'  
20 PRINT ' ПОРЯДКА МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТА'  
30 INPUT 'ВВЕДИТЕ ШАГ H='H: INPUT 'ВВЕДИТЕ НАЧАЛЬНОЕ X0='X  
40 INPUT 'ВВЕДИТЕ НАЧАЛЬНОЕ Y0='Y  
50 INPUT 'ВВЕДИТЕ НАЧАЛЬНОЕ DY/DX0='U: LET Y=W: LET Z=U  
60 GOSUB 150: LET A=H*F: LET X=X+H/2  
70 LET Y=W+U*H/2+A*H/8: LET Z=U+A/2  
80 GOSUB 150: LET B=H*F: LET Z=U+B/2  
90 GOSUB 150: LET C=H*F: LET X=X+H/2  
100 LET Y=W+H*U+H*C/2: LET Z=U+C: GOSUB 150  
110 LET Y=W+H*(U+(A+B+C)/6): LET W=Y  
120 LET Z=U+(A+(B+C)*2+H*F)/6: LET U=Z  
130 PRINT 'ДЛЯ X='X: PRINT 'Y='Y  
140 PRINT 'DY/DX='Z: GOTO 60  
150 LET F=-Y+(1-Y*Y)*Z*20: RETURN: END
```

в 150 строке меняем формулу $y'' = -y + (1 - y^2) \cdot 20y'$

на заданную в условии
$$\frac{M(t) - M_{нагр}(t)}{J} \rightarrow \frac{M_0 \cdot e^{\frac{-t}{T}} - M_{const}}{J}$$

где вместо переменной "y" используем переменную "t". Остальные известные числа подставляем в формулу