

Задачи для самостоятельного решения.

1. Расстояние от пункта A до пункта B катер проходит за время $t_1 = 3$ ч, обратный путь занимает у катера время $t_2 = 6$ ч. Какое время потребуется катеру, чтобы пройти расстояние от A до B при выключенном моторе? Скорость катера относительно воды постоянна.

$$\left[t = \frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = 12 \text{ ч} \right]$$

2. Теплоход длиной $L = 300$ м движется прямолинейно по озеру со скоростью V_1 . Катер, имеющий скорость $V_2 = 90$ км/ч, проходит расстояние от кормы до носа движущегося теплохода и обратно за время $t = 37,5$ с. Найти скорость теплохода.

$$\left[V_1 = \sqrt{V_2^2 - \frac{2LV_2}{t}} = 15 \text{ м/с} \right]$$

3. За какую секунду от начала движения путь, пройденный телом при равноускоренном движении, втрое больше пути, пройденного в предыдущую секунду, если движение происходит без начальной скорости?

[за вторую секунду]

4. Пассажир, стоявший у начала третьего вагона электрички, определил, что начавший двигаться вагон прошел мимо него за $t_1 = 5$ с, а вся электричка — за $t_2 = 15,8$ с. Сколько вагонов у электрички? За какое время прошел мимо пассажира последний вагон? Движение электрички считать равноускоренным.

$$\left[N = 2 + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \approx 12 \right]$$

5. Доска, разделенная на $n = 5$ равных отрезков, начинает скользить по наклонной плоскости. Первый отрезок прошел мимо отметки, сделанной на наклонной плоскости, в том месте, где находился передний край доски в начале движения, за время $t = 2$ с. За какое время пройдет мимо этой отметки последний отрезок доски? Движение доски считать равноускоренным.

$$\left[\tau = t(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \approx 0,4721 \text{ с} \right]$$

6. С какой начальной скоростью нужно бросить вертикально вниз тело с высоты $h = 19,6$ м, чтобы оно упало на $\Delta t = 1$ с быстрее тела, свободно падающего с той же высоты?

$$\left[v_0 = \frac{2\Delta t \sqrt{2gh} - g\Delta t^2}{2\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \Delta t\right)} \approx 14,7 \text{ м/с} \right]$$

7. Тело свободно падает с высоты $h = 100$ м. За какое время тело проходит первый и последний метр своего пути? Какой путь проходит тело за первую секунду своего движения; последнюю секунду своего движения?

$$\left[\begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx 0,4518 \text{ с}; \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-s)}{g}} \approx 0,022644 \text{ с}; \\ s_1 &= \frac{gt^2}{2} = 4,9 \text{ м}; \quad s_2 = \sqrt{2gh}\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 39,9 \text{ м}. \end{aligned} \right]$$

8. С крыши дома оторвалась сосулька и за $t = 0,2$ с пролетела мимо окна, высота которого $h = 1,5$ м. С какой высоты относительно верхнего края окна она оторвалась? Размерами сосульки пренебречь.

$$\left[H = \frac{(2h - gt^2)^2}{8gt^2} \approx 2,1689 \text{ м} \right]$$

9. Мячик, отскочивший от поверхности земли вертикально вверх со скоростью $V = 10$ м/с, пролетел мимо окна, высота которого $h = 1,5$ м, за время $t = 0,2$ с. На какой высоте относительно поверхности земли находится подоконник?

$$\left[H = \frac{4V_2 t_1^2 - (gt_1^2 + 2h)^2}{8gt_1^2} \approx 1.4331 \text{ м} \right]$$

10. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, последние $\Delta h = 196 \text{ м}$ пути прошло за время $\Delta t = 4 \text{ с}$. Какое время и с какой высоты падало тело? Построить графики зависимости скорости и ускорения тела от времени.

$$\left[H = \frac{(2\Delta h + g\Delta t^2)}{8g\Delta t^2} = 240 \text{ м}; t = \frac{2\Delta h + g\Delta t^2}{2g\Delta t} = 7 \text{ с} \right]$$

11. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, за время t после начала движения проходит путь в $n = 5$ раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найти высоту, с которой падало тело.

$$\left[H = \frac{gt^2(n+1)^2}{8} = \frac{9gt^2}{2} \right]$$

12. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время t , а такой же последний – за время $\frac{t}{2}$. Найти высоту, с которой падало тело.

$$\left[H = \frac{25gt^2}{32} \right]$$

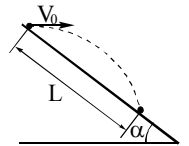
13. Горизонтально летящая пуля пробивает последовательно два вертикальных листа бумаги, расположенных на расстоянии $L = 30 \text{ м}$ друг от друга. При этом пробойна на втором листе оказывается на $h = 2 \text{ мм}$ ниже, чем на первом. С какой скоростью подлетела пуля к первому листу?

$$\left[V = L\sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 1,4849 \cdot 10^3 \text{ м/с} \right]$$

14. Тело брошено горизонтально. Через время $t = 5 \text{ с}$ после броска угол между скоростью и ускорением стал $\beta = 45^\circ$. Определить скорость тела V в этот момент. В какой момент времени t_1 после броска скорость тела будет в два раза больше его начальной скорости?

$$\left[V = \frac{gt}{\sin \beta} \approx 69,2965 \text{ м/с}; t_1 = \sqrt{3}t \approx 8,6603 \text{ с} \right]$$

15. Камень брошен горизонтально со склона горы, образующего угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом (см. рис.). Чему равна начальная скорость камня, если он упал на склон на расстоянии $L = 50 \text{ м}$ от точки бросания?



$$\left[V_0 = \frac{\sqrt{2gL \sin \alpha}}{2 \cos \alpha} \approx 18,614 \text{ м/с} \right]$$

16. Тело, брошенное горизонтально с высоты $H = 80 \text{ м}$, упало на землю на расстоянии $L = 60 \text{ м}$ (по горизонтали). Найти перемещение тела за время, в течение которого скорость увеличивается в $n = 2$ раза. Какой угол составляет перемещение с горизонтом?

$$\left[r = \frac{L^2}{4H} \sqrt{(3+n^2)(n^2-1)}; \alpha = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} \right]$$

17. Тело брошено горизонтально с горы, высота которой $h = 80 \text{ м}$ с начальной скоростью $V_0 = 25 \text{ м/с}$. Найти перемещение и угол, который составляет перемещение с горизонтом, между двумя точками полета тела, в которых скорости соответственно $V_1 = 30 \text{ м/с}$ и $V_2 = 40 \text{ м/с}$.

$$\left[r = \frac{V_0}{g} \sqrt{V_2^2 + V_1^2 - 2V_0^2 - 2\sqrt{V_2^2 - V_0^2}\sqrt{V_1^2 - V_0^2} + \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{V_0}\right)^2} \approx 51,6784 \text{ с}; \right. \\ \left. \alpha = \arctg\left(\frac{\sqrt{V_2^2 - V_0^2} + \sqrt{V_1^2 - V_0^2}}{V_0}\right) \approx 0,2848 \text{ рад} \approx 16,3^\circ \right]$$

18. Вертолет летит горизонтально со скоростью $V = 160 \text{ км/ч}$ на высоте $H = 500 \text{ м}$. С вертолета нужно сбросить вымпел на теплоход, движущийся встречным курсом со скоростью $U = 20 \text{ км/ч}$. На каком по горизонтали расстоянии от теплохода летчик должен сбросить вымпел?

$$\left[S = (V + U) \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 500 \text{ м} \right]$$

19. Под каким углом α к горизонту необходимо бросить тело, чтобы максимальная высота подъема была вдвое меньше дальности бросания?

$$\left[\alpha = \arctg(1) = \frac{\pi}{4} \right]$$

20. Два тела брошены с земли под углами $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$ к горизонту из одной точки. Каково отношение сообщенных им начальных скоростей $\frac{V_1}{V_2}$, если тела упали на землю также в одной точке?

$$\left[\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sqrt{\sin 60^\circ}} \approx 1,0746 \right]$$

21. Тело брошено со скоростью $V_0 = 20 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найти координаты точек траектории тела, в которых вектор скорости составляет с горизонтом угол $\beta = 45^\circ$, если начало координат – точка бросания тела.

$$\left[\begin{aligned} x_1 &= \frac{V_0^2 \cos \alpha (\sin \alpha - \operatorname{tg} \beta \cos \alpha)}{g} \approx 7,32 \text{ м}; & y_1 &= \frac{V_0^2 (\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \alpha)}{2g} \approx 10 \text{ м}; \\ x_2 &= \frac{V_0^2 \cos \alpha (\sin \alpha + \operatorname{tg} \beta \cos \alpha)}{g} \approx 27,32 \text{ м}; & y_2 &= \frac{V_0^2 (\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \alpha)}{2g} \approx 10 \text{ м} \end{aligned} \right]$$

22. Из шланга, установленного на земле, бьет под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту струя воды с начальной скоростью $U_0 = 15 \text{ м/с}$. Площадь сечения отверстия шланга $S = 1 \text{ см}^2$. Определить массу воды в струе, находящейся в воздухе.

$$\left[m = \rho S U_0 t_{\text{пол}} = \rho S \frac{2U_0^2 \sin \alpha}{g} \approx 2,2956 \text{ кг} \right]$$

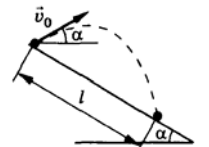
23. Из отверстия шланга, прикрытого пальцем, бьют две струи под углами α и β к горизонту с одинаковой начальной скоростью V_0 . На каком расстоянии от отверстия по горизонтали они пересекаются?

$$\left[\begin{aligned} x &= \frac{2V_0^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}{g (\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha)}; \\ y &= \frac{2V_0^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) (\operatorname{tg} \beta \cos^2 \beta - \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \alpha)}{g (\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha)} \end{aligned} \right]$$

24. С какой скоростью V_0 и под каким углом α к горизонту было брошено тело, если в первую ($t_1 = 1 \text{ с}$) секунду движения скорость уменьшилась в 2 раза и в последующую секунду движения она еще уменьшилась в 2 раза?

$$\left[v_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3} g t_1 \approx 18,48 \text{ м/с}; \quad \alpha = \operatorname{arcsin} \left(\frac{3v_0^2 + 4g t_1^2}{8v_0 g t_1} \right) = \operatorname{arcsin} \left(\frac{11\sqrt{2}}{16} \right) \approx 76,48^\circ \right]$$

25. С вершины горы бросают камень под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рис.). Определить начальную скорость камня, если он упал на расстоянии $l = 20 \text{ м}$ от точки бросания. Угол наклона горы к горизонту тоже равен 30° .



$$\left[v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{4 \sin \alpha}} \approx 10 \text{ м/с} \right]$$

26. Шарик свободно падает на наклонную плоскость с высоты $H = 2 \text{ м}$ и упруго отскакивает от нее. На каком расстоянии S от места падения он второй раз ударится о плоскость? Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$.

$$\left[S = 8H \sin \alpha = 8 \text{ м} \right]$$

27. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростями $V_0 = 250 \text{ м/с}$: первый – под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, второй – под углом $\alpha_2 = 45^\circ$ (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

$$\left[\Delta t = \frac{2V_0 (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) (1 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2))}{g (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 - 2)} \approx 3,5735 \text{ с} \right]$$

28. Камень брошен с вышки с начальной скоростью, направленной горизонтально. Когда камень опустился по вертикали на $h = 20 \text{ м}$, его скорость оказалась направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Определить начальную скорость камня.

$$\left[v_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\operatorname{tg} \alpha} \approx 20 \text{ м/с} \right]$$

29. Мячик бросили с некоторой высоты h под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. С какой начальной скоростью был произведен бросок, если мячик достиг максимальной высоты над поверхностью земли, равной $2h$, и упал на поверхность земли через время $t_1 = 4 \text{ с}$ после броска?

$$\left[v_0 = \frac{gt_1(\sqrt{2}-1)}{\sin \alpha} \approx 32,5 \text{ м/с} \right]$$

30. Небольшое тело бросают с некоторой высоты над поверхностью земли вверх под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 20 \text{ м/с}$. За время полета вертикальная составляющая его скорости по величине увеличилась на $\eta = 20\%$. С какой высоты было брошено тело?

$$\left[h = \frac{\eta(2+\eta)V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \approx 6,7 \text{ м} \right]$$

Задачи для самостоятельного решения.

1. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность вещества планеты $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.

$$\left[T = \sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}} \approx 9702 \text{ с} \approx 2,7 \text{ ч} \right]$$

2. В сосуде с ртутью плавает шарик, наполовину погруженный в ртуть (см. рис.). В сосуд долили воду так, что она полностью покрыла плавающий шарик. Какая часть объема шарика окажется при этом погруженной в ртуть?



$$\left[n_2 = \frac{n_1 \rho_{pm} - \rho_6}{\rho_{pm} - \rho_6} = 0,46 \right]$$

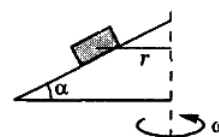
3. Сплошной однородный цилиндр объемом V и плотностью ρ плавает на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей. Плотность верхней жидкости $\rho_1 < \rho < \rho_2$, где ρ_2 – плотность нижней жидкости. Определить плотность верхней жидкости ρ_1 если известно, что в верхнем слое жидкости находится η часть объема цилиндра.

$$\left[\rho = \frac{\rho - \rho_2(1-\eta)}{\eta} \right]$$

4. Полый свинцовый шар плавает в ртути так, что $1/2$ его объема находится в жидкости. Чему равен объем воздушной полости внутри шара, если радиус шара $R = 3 \text{ см}$?

$$\left[V_{\text{пол}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \left(1 - \frac{\rho_{pm}}{2\rho_6} \right) \approx 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \right]$$

5. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 6^\circ$ лежит тело (см. рис.). Плоскость равномерно вращается вокруг вертикальной оси. Расстояние от тела до оси вращения $r = 10 \text{ см}$. Наименьший коэффициент трения, при котором тело удерживается на вращающейся наклонной плоскости $\mu = 0,4$. Найти угловую скорость вращения ω .



$$\left[\omega = \sqrt{\frac{g \mu \cos \alpha - \sin \alpha}{r \cos \alpha + \mu \sin \alpha}} \approx 5,27 \text{ рад/с} \right]$$

6. На каком расстоянии R от центра Земли тело в первую секунду свободного падения проходит расстояние $S = 0,55 \text{ м}$?

$$\left[R = R_3 t_1 \sqrt{\frac{g_0}{2S}} = 19,1 \cdot 10^3 \text{ км} \right]$$

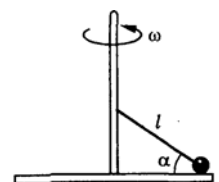
7. Кусок металла представляет собой сплав золота и серебра и в воздухе имеет вес P_1 . Вес сплава в воде P_2 . Какую долю от веса сплава составляет вес золота?

$$\left[\eta = \frac{\rho_3}{\rho_3 - \rho_c} \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_3} \frac{P_1 - P_2}{P_2} \right) \right]$$

8. На какой высоте h от поверхности Земли должна проходить круговая орбита полюсного спутника, чтобы за сутки он пролетел над каждым полюсом $n = 10$ раз?

$$\left[h = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2 t^2}{4\pi^2 n^2}} - R_3 \approx 2,72 \cdot 10^3 \text{ км} \right]$$

9. Круглая платформа вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω . На платформе находится шарик массой m , прикрепленный к оси платформы нитью длиной l (см. рис.). Угол наклона нити равен α . Найти силу натяжения нити T и силу давления F_R шарика на платформу. Трение отсутствует.



$$\left[\begin{aligned} T &= m\omega^2 l; \\ F_R &= m(g - l\omega^2 \sin \alpha) \end{aligned} \right]$$

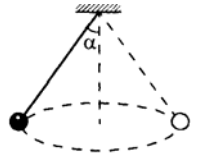
10. На какой высоте h ускорение свободного падения будет в $n = 9$ раз меньше ускорения свободного падения у поверхности Земли?

$$\left[h = R_0 (\sqrt{n} - 1) \approx 12,8 \cdot 10^3 \text{ км} \right]$$

11. После совершения одной тысячи оборотов вокруг Земли первый искусственный спутник уменьшил период обращения с $T_1 = 96,2$ мин до $T_2 = 92,7$ мин. На сколько при этом уменьшилась средняя высота полета спутника над поверхностью Земли?

$$\left[\Delta R = \sqrt[3]{\frac{gR_0^2}{4\pi^2} (T_1^{2/3} - T_2^{2/3})} \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ км} \right]$$

12. Маленький шарик, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 30$ см, вращается в горизонтальной плоскости с периодом обращения $T = 1$ с. Нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$ (см. рис.). По этим данным вычислить ускорение свободного падения.

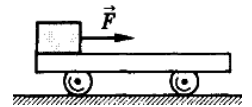


$$\left[g = \frac{4\pi^2 l \cos \alpha}{T^2} \approx 10,26 \text{ м/с}^2 \right]$$

13. Период обращения искусственного спутника планеты равен T . Определить среднюю плотность этой планеты. Спутник движется по круговой орбите вблизи поверхности планеты. Изменится ли период обращения этого спутника, если радиус планеты увеличить вдвое, а плотность останется прежней?

$$\left[\rho = \frac{3\pi}{GT^2}; \text{ не изменится} \right]$$

14. Тележка массой M может без трения катиться по горизонтальной поверхности. У заднего края тележки лежит брусок массой m (см. рис.). Коэффициент трения между бруском и тележкой μ . К бруску приложена горизонтальная сила F , достаточная для того, чтобы брусок начал двигаться относительно тележки. Через какое время брусок упадет с тележки, если ее длина L ? При какой минимальной силе F_0 брусок начнет скользить?

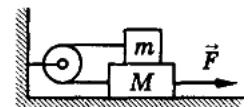


$$\left[t = \sqrt{\frac{2LmM}{FM - \mu gm(M+m)}}; F_0 = \mu g \frac{m}{M} (M+m) \right]$$

15. Два шарика падают в воздухе. Шарик (сплошные) сделанные из одного материала, но диаметр одного из шариков вдвое больше, чем у другого. В каком соотношении будут находиться скорости шариков при установившемся (равномерном) движении? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и квадратично зависит от скорости движения тела.

$$\left[\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \right]$$

16. В системе, изображенной на рисунке, массы брусков $M = 2$ кг, $m = 1$ кг. Какую силу нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он двигался с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu_1 = 0,5$; между столом и нижним бруском $\mu_2 = 0,2$.

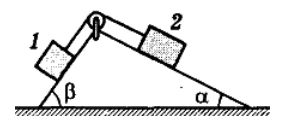


$$\left[F = g \left(2\mu_1 m + \mu_2 (m+M) + \frac{m+M}{2} \right) \approx 30,4 \text{ Н} \right]$$

17. Поезд движется по закруглению радиусом $R = 300$ м со скоростью $V = 50$ км/ч при расстоянии между рельсами $L = 1,5$ м. На сколько следует приподнять наружный рельс по отношению к внутреннему, чтобы давление на них было одинаково? Давления на боковую поверхность рельс нет.

$$\left[h = L \frac{V^2}{\sqrt{g^2 R^2 - V^4}} \approx 9,8 \text{ см} \right]$$

18. Найти ускорение, с которым движутся грузы (см. рис.) и силу натяжения нити. Каким должно быть отношение масс грузов, чтобы они находились в равновесии? Масса грузов одинакова $m_1 = m_2 = 1$ кг, угол $\alpha = 30^\circ$, угол $\beta = 45^\circ$. Коэффициент трения грузов 1 и 2 о наклонные плоскости $\mu = 0,1$.

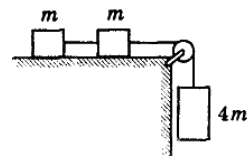


$$\left[a = \frac{g}{2} (\sin \beta - \mu \cos \beta - \sin \alpha - \mu \cos \alpha) \approx 0,24 \text{ м/с}^2 \right]$$

19. Две гири массой $m_1 = 7 \text{ кг}$ и $m_2 = 11 \text{ кг}$ весят на концах нерастяжимой нити, которая перекинута через блок. Гири в начале находились на одной высоте. Через какое время t после начала движения легкая гиря окажется на $S=10 \text{ см}$ выше тяжелой? Массой блока, нити и сопротивлением движения пренебречь.

$$\left[t = \sqrt{\frac{S(m_1 + m_2)}{g(m_2 - m_1)}} \approx 0,214 \text{ с} \right]$$

20. Три груза массами m , m и $4m$, где $m = 5 \text{ кг}$, соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, как показано на рисунке. Коэффициент трения между грузами и горизонтальной поверхностью $\mu = 0,3$. Определить силы натяжения нитей. Блок невесом, трения в оси блока нет.

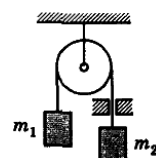


$$\left[T_1 = \frac{2}{3} mg(1 + \mu) \approx 43,3 \text{ Н}; T_2 = \frac{4}{3} mg(5 + \mu) \approx 353,3 \text{ Н} \right]$$

21. Какую массу m балласта надо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же скоростью? Масса аэростата с балластом $M = 1200 \text{ кг}$, подъемная сила аэростата постоянная и равна $F = 14 \text{ кН}$. Силу сопротивления воздуха считать одинаковой при подъеме и при спуске.

$$\left[m_0 = \frac{2F}{g} - 2M \approx 400 \text{ кг} \right]$$

22. Невесомая нить, перекинута через неподвижный блок, пропущена через щель (см. рис.). При движении нити на нее действует постоянная сила трения F . На концах нити подвешены грузы, массы которых m_1 и m_2 . Определить ускорение грузов.



$$\left[a = \frac{g(m_2 - m_1) - F}{m_1 + m_2} \right]$$

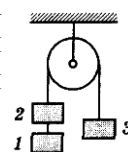
23. Определить, с какой максимальной скоростью может двигаться велосипедист по наклонному треку, если коэффициент трения между шинами и треком $\mu = 0,2$. Угол наклона трека $\alpha = 45^\circ$, радиус закругления $R = 30 \text{ м}$.

$$\left[V = \sqrt{gR \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}} \approx 21,2 \text{ м/с} \right]$$

24. Какой продолжительностью должны быть сутки на Земле, чтобы тела на экваторе были невесомыми.

$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \approx 5026,5 \text{ с} \approx 83,8 \text{ мин} \approx 1 \text{ ч } 23 \text{ мин} \right]$$

25. Через неподвижный блок перекинута нить, к которой подвешены три одинаковых груза массой $m = 5 \text{ кг}$ каждый (см. рис.). Найти ускорение системы и силу натяжения нити между грузами 1 и 2. Какой путь S пройдут грузы за первые $t = 4 \text{ с}$ движения? Трением пренебречь.



$$\left[a = \frac{g}{3} \approx 3,3 \text{ м/с}^2; T = \frac{2}{3} mg \approx 33 \text{ Н}; S = \frac{gt^2}{6} \approx 26,7 \text{ м} \right]$$

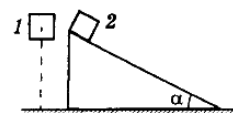
26. Небольшое тело пускают снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения тела о плоскость μ . Определить отношение времени подъема тела t_1 ко времени его соскальзывания t_2 до первоначальной точки.

$$\left[\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}} \right]$$

27. У бруска одна сторона гладкая, а другая шероховатая. Если его положить на наклонную плоскость шероховатой стороной, он будет лежать на грани соскальзывания (покоиться). С каким ускорением брусок будет соскальзывать, если его перевернуть? Коэффициент трения между шероховатой стороной бруска и наклонной плоскостью $\mu = 0,2$.

$$\left[a = g \frac{\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}} \approx 2 \text{ м/с}^2 \right]$$

28. Одно тело свободно падает с высоты h , другое — скользит по наклонной плоскости, имеющей угол наклона α (см. рис.). Сравнить скорости тел у основания



наклонной плоскости V_1 и V_2 и время их движения t_1 и t_2 .

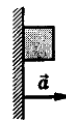
$$\left[V_1 = V_2 = \sqrt{2gh}; t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}; t_2 = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g}} \right]$$

29. Найти среднюю плотность планеты, у которой на экваторе пружинный весы показывают вес тела на 10% меньше, чем на полюсе. Сутки на планете составляют $T = 24$ ч.

$$\left[\rho = \frac{3\pi}{0,1GT^2} \approx 189,3 \text{ кг/м}^3 \right]$$

30. Определить, при каком ускорении стенки (см. рис.) брусок будет находиться в покое относительно нее. Коэффициент трения между стенкой и бруском μ .

$$\left[a = \frac{g}{\mu} \right]$$



Задачи для самостоятельного решения.

1. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Массы шаров $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ и $m_2 = 100 \text{ г}$. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту $h = 4,5 \text{ см}$, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар упругий?

$$\left[h_1 = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} h = 0,5 \text{ см}; h_2 = \frac{4m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} h = 8 \text{ см} \right]$$

2. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Массы шаров $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ и $m_2 = 100 \text{ г}$. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту $h = 4,5 \text{ см}$, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар неупругий?

$$\left[h_1 = h \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = 2 \text{ см} \right]$$

3. Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после центрального упругого столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в $n = 4$ раза меньше массы атома гелия?

$$\left[\eta = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{3}{5} \right]$$

4. Люстра массой $m = 100 \text{ кг}$ подвешена к потолку на металлической цепи, длина которой $l = 5 \text{ м}$. Определить высоту h , на которую можно отклонить люстру, чтобы при последующих качениях цепь не оборвалась. Известно, что разрыв цепи наступает при силе натяжения $T > 1960 \text{ Н}$.

$$\left[h < \frac{l}{2} \left(\frac{T}{mg} - 1 \right) \approx 2,5 \text{ м} \right]$$

5. Шарик массой m подвешен на нерастяжимой нити. На какой минимальный угол $\alpha_{\text{мин}}$ надо отклонить шарик, чтобы при дальнейшем движении нить оборвалась, если максимально возможная сила натяжения нити $1,5 mg$?

$$\left[\alpha = \arccos \left(\frac{3mg - T}{2mg} \right) = \arccos \left(\frac{3}{4} \right) \approx 0,723 \text{ рад} \right]$$

6. Один груз подвешен на нерастяжимой нити длиной l , а другой – на жестком невесомом стержне такой же длины. Какие минимальные скорости нужно сообщить этим грузам, чтобы они вращались в вертикальной плоскости?

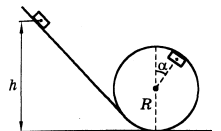
$$\left[\begin{array}{l} V_1 = \sqrt{5gl} - \text{груз на нити}; \\ V_2 = 2\sqrt{gl} - \text{груз на стержне} \end{array} \right]$$

7. Математический маятник длиной l и массой M отвели на угол φ_0 от положения равновесия и сообщили ему начальную скорость v_0 , направленную перпендикулярно нити вверх. Найти силу натяжения T нити маятника в зависимости от угла φ нити с вертикалью.

$$\left[T(\varphi) = M \left(\frac{v_0^2}{l} - 2g \cos(\varphi_0) + 3g \cos(\varphi) \right) \right]$$

8. Небольшое тело массой m соскальзывает вниз по наклонному скату, переходящему в мертвую петлю радиусом R (см. рис.). Трение ничтожно мало. Определить какой должна быть наименьшая высота h ската, чтобы тело сделало полную петлю, не выпадая.

$$\left[h_{\text{мин}} = \frac{5}{2} R \right]$$



9. Небольшое тело массой m соскальзывает вниз по наклонному скату высотой h , переходящему в мертвую петлю радиусом R (см. рис.). Трение ничтожно мало. Определить какую силу давления F при этом производит тело на помост в точке, радиус-вектор которой составляет угол α с вертикалью.

$$\left[F = mg \left(\frac{2h}{R} - 2 - 3 \cos \alpha \right) \right]$$

10. Конькобежец, стоящий на льду, бросает по льду камень массой $m = 0,5 \text{ кг}$. За время $t = 2 \text{ с}$ камень прошел по льду до остановки расстояние $s = 20 \text{ м}$. С какой скоростью после броска камня начнет двигаться конькобежец, если его масса $M = 60 \text{ кг}$?

$$\left[U = \frac{m}{M} \frac{2s}{t} \approx 1,67 \text{ м/с} \right]$$

11. Орудие установлено на железнодорожной платформе. Масса платформы с орудием $M = 50 \cdot 10^3 \text{ кг}$, масса снаряда $m = 25 \text{ кг}$. Орудие выстреливает в горизонтальном направлении вдоль железнодорожного пути. Начальная скорость снаряда относительно платформы $U_0 = 1000 \text{ м/с}$. Какую скорость V_2 будет иметь платформа после второго выстрела? Трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

$$\left[V_2 = U_0 \frac{m(2M+m)}{(M+m)^2} \approx 1 \text{ м/с} \right]$$

12. На противоположных концах стоящей на рельсах железнодорожной платформы закреплены две пушки. Ствол первой из них установлен под углом $\alpha = 60^\circ$, а второй под углом $\beta = 45^\circ$ к горизонту. Из первой пушки производят выстрел снарядом массой $m = 50 \text{ кг}$. Затем таким же снарядом стреляют из второй пушки. Оба снаряда имеют одинаковые начальные скорости $U = 200 \text{ м/с}$ относительно платформы. Определить скорость платформы после двух выстрелов. Масса платформы с пушками и снарядами $M = 1,5 \text{ т}$. Оба выстрела производятся в противоположные стороны вдоль рельсов. Трение отсутствует.

$$\left[V_2 = \frac{(m+2M)mU \cos \alpha}{M(m+M)} \approx -1,49 \text{ м/с} \right]$$

13. Человек массой $m = 70 \text{ кг}$ находится на корме лодки, длина которой $L = 5 \text{ м}$ и масса $M = 280 \text{ кг}$. Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние лодка передвинется относительно воды? Может ли лодка передвинуться на расстояние больше длины лодки?

$$\left[S = \frac{m}{m+M} L = 1 \text{ м} \right]$$

14. На корме и на носу лодки на расстоянии $L = 3,4 \text{ м}$ друг от друга сидят рыболовы, массы которых $m_1 = 90 \text{ кг}$ и $m_2 = 60 \text{ кг}$. Рыболовы меняются местами. Каково при этом перемещение лодки, если ее масса $M = 50 \text{ кг}$? Может ли перемещение лодки быть больше ее длины?

$$\left[x = \frac{m_1 - m_2}{M + m_1 + m_2} L = 0,51 \text{ м} \right]$$

15. Лягушка массой m сидит на конце доски массой M и длиной L . Доска плавает на поверхности пруда. Лягушка прыгает под углом α к горизонту вдоль доски. Какой должна быть скорость лягушки V , чтобы она оказалась на другом конце доски?

$$\left[V = \sqrt{\frac{LgM}{(M-m) \sin(2\alpha)}} \right]$$

16. Кузнечик массой m сидит на конце соломинки массой M и длиной L , лежащей на гладкой поверхности. С какой минимальной скоростью V должен прыгнуть кузнечик, чтобы оказаться на другом конце соломинки?

$$\left[V_{\min} = \sqrt{\frac{LgM}{M-m}}, \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{4} \right]$$

17. Аэросани массой $m = 2 \text{ т}$ трогаются с места и движутся с постоянным ускорением $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. Коэффициент трения $\mu = 0,1$. Определить среднюю полезную мощность, развиваемую аэросанями на участке пути, которому соответствует конечная скорость $V = 15 \text{ м/с}$.

$$\left[N = m(a + \mu g)V \approx 18 \text{ кВт} \right]$$

18. Два автомобиля, полезная мощность которых N_1 и N_2 , развивают скорости V_1 и V_2 соответственно. Какую скорость V они разовьют, если сцепить их вместе?

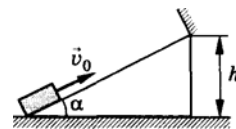
$$\left[V = V_1 V_2 \frac{N_1 + N_2}{N_1 V_2 + N_2 V_1} \right]$$

19. Чтобы вытащить гвоздь длиной $L = 10 \text{ см}$ из доски, нужно приложить силу не менее чем $F = 500 \text{ Н}$. Считая, что сила взаимодействия гвоздя с материалом доски пропорциональна погруженной

в доску части гвоздя, найти минимальную работу, совершенную при вытаскивании гвоздя. Вес гвоздя не учитывать.

$$\left[A_{\min} = \frac{FL}{2} = 25 \text{ Дж} \right]$$

20. Тело начинает двигаться вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$. На высоте $h = 1 \text{ м}$ оно упруго ударяется о преграду (см. рис.). Определить скорость тела в момент, когда оно вновь окажется у основания наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$, коэффициент трения $\mu = 0,3$.



$$\left[v = \sqrt{v_0^2 - 2\mu gh \cot \alpha} \approx 9,5 \text{ м/с} \right]$$

21. Если на верхний конец вертикально расположенной пружины положить груз, то пружина сожмется на расстояние $x_0 = 3 \text{ мм}$. На сколько изменится длина пружины, если тот же груз упадет на пружину с высоты $H = 8 \text{ см}$?

$$\left[x_1 = x_0 + \sqrt{x_0^2 + 2x_0 H} \approx 25,11 \text{ мм} \right]$$

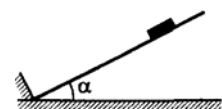
22. Тело массой $m = 3 \text{ кг}$ падает вертикально вниз без начальной скорости. Вычислить работу против сил сопротивления, совершенную в течение времени $t = 10 \text{ с}$, если известно, что в конце этого промежутка времени тело имело скорость $U = 80 \text{ м/с}$. Силу сопротивления считать постоянной.

$$\left[A_{\text{con}} = m \left(g - \frac{U}{t} \right) \frac{Ut}{2} \approx 2,4 \text{ кДж} \right]$$

23. Санки съезжают с горы высотой H и углом наклона α и движутся далее по горизонтальному участку. Коэффициент трения на всем пути одинаков и равен μ . Определить расстояние s , пройденное санками по горизонтальному участку до полной остановки.

$$\left[s = \frac{H(1 - \mu \cot \alpha)}{\mu} \right]$$

24. По плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ соскальзывает шайба и в конце спуска упруго ударяется о стенку, перпендикулярную наклонной плоскости (см. рис.). На какую высоту h снова поднимется шайба по плоскости, если первоначально она находилась на высоте $H = 0,6 \text{ м}$? Коэффициент трения шайбы о плоскость $\mu = 0,2$.

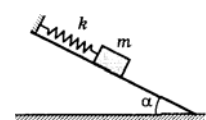


$$\left[h = H \frac{1 - \mu \cot \alpha}{1 + \mu \cot \alpha} \right]$$

25. Из духового ружья стреляют в спичечную коробку, лежащую на расстоянии $L = 30 \text{ см}$ от края стола. Пуля массой $m = 1 \text{ г}$, летящая горизонтально со скоростью $U_0 = 150 \text{ м/с}$, пробивает коробку и вылетает из нее со скоростью $0,6U_0$. Масса коробки $M = 50 \text{ г}$. При каком коэффициенте трения между коробкой и столом коробка упадет со стола?

$$\left[\mu = \frac{0,08 m^2 U_0^2}{g L M^2} \approx 0,24 \right]$$

26. На наклонной плоскости лежит брусок, соединенный пружиной с неподвижной опорой (см. рис.). Из положения, когда пружина недеформирована, брусок без начальной скорости отпускают, и он начинает скользить вниз. Определить максимальное растяжение пружины. Масса бруска $m = 0,5 \text{ кг}$, жесткость пружины $k = 120 \text{ Н/м}$, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45^\circ$, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,5$.



$$\left[x = \frac{2mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{k} \approx 0,029 \text{ м} = 29 \text{ мм} \right]$$

27. Какой должна быть минимальная полезная мощность мотора, обеспечивающая взлет самолета ПО-2? Технические данные самолета: масса $m = 1 \text{ т}$, длина разбега $s = 100 \text{ м}$, взлетная скорость $v = 80 \text{ км/ч}$. Коэффициент трения при разбеге $\mu = 0,2$. Движение во время разбега считать равноускоренным.

$$\left[N = \frac{mv}{2} \left(\frac{v^2}{2s} + \mu g \right) = 49,2 \text{ кВт} \right]$$

28. Ящик с песком массой $M = 10 \text{ кг}$ стоит на гладкой горизонтальной плоскости. Он соединен с вертикальной стеной пружиной жесткостью



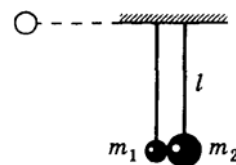
$k = 200 \text{ Н/м}$ (см. рис.). На сколько сожмется пружина, если пуля, летящая горизонтально со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, попадет в ящик и застрянет в нем? Масса пули $m = 0,01 \text{ кг}$.

$$\left[x = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}} \approx 0,111 \text{ м} = 11 \text{ см} \right]$$

29. После упругого столкновения частицы 1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы 1, и угол между их направлением разлета $\theta = 60^\circ$. Найти отношение масс этих частиц.

$$\left[n = \frac{m_1}{m_2} = 4 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1 = 2 \right]$$

30. Два абсолютно упругих шарика массами $m_1 = 0,1 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,3 \text{ кг}$ подвешены на невесомых и нерастяжимых нитях длиной $l = 0,5 \text{ м}$ так, что касаются друг друга (см. рис.). Шарик, имеющий меньшую массу, отклоняют от положения равновесия на 90° и отпускают. На какую высоту поднимается второй шарик после удара?



$$\left[h_2 = R \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \approx 0,125 \text{ м} = 12,5 \text{ см} \right]$$

1. Два шара одинакового радиуса $R = 5 \text{ см}$ закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между шарами $r = 0,5 \text{ м}$. Масса каждого шара $m_0 = 1 \text{ кг}$. Найти момент инерции J_1 системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему

$$\left[J_1 = 2m \left(\frac{2}{5} R^2 + \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right) \approx 0,127 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \right]$$

2. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ приложена касательная сила $F = 98,1 \text{ Н}$. При вращении на диск действует момент сил трения $M = 4,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Найти массу диска m , если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2$.

$$\left[m = \frac{2(FR - M)}{R^2 \varepsilon} = 7,36 \text{ кг} \right]$$

3. Однородный стержень длиной $L = 1 \text{ м}$ и массой $m_0 = 0,5 \text{ кг}$ вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если на него действует момент сил $M = 98,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$?

$$\left[\varepsilon = \frac{12M}{L^2 m_0} \approx 2,35 \cdot 10^3 \text{ рад/с}^2 \right]$$

4. Маховик, момент инерции которого $J = 63,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращается с угловой скоростью $\omega = 31,4 \text{ рад/с}$. Найти момент сил торможения M , под действием которого маховик останавливается через время $t = 20 \text{ с}$. Маховик считать однородным диском.

$$\left[M = J \frac{\omega}{t} \approx 99,852 \text{ Н} \cdot \text{м} \right]$$

5. Две гири с массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 1 \text{ кг}$ соединены нитью, перекинутой через блок массой $m = 1 \text{ кг}$. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

$$\left[a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}; T_1 = m_1 g \frac{2m_2 + \frac{1}{2}m}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}; T_2 = m_2 g \frac{2m_1 + \frac{1}{2}m}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m} \right]$$

6. Определить угловое ускорение блока радиусом R с моментом инерции J , через который перекинута нить с грузами массой m_1 и m_2 . Трением пренебречь.

$$\left[\varepsilon = g \frac{(m_1 - m_2)R}{(m_1 + m_2)R^2 + J} \right]$$

7. На барабан массой $m_0 = 9 \text{ кг}$ намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1 = 2 \text{ кг}$. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

$$\left[a = g \frac{2m_1}{2m_1 + m_0} \approx 3,015 \text{ м/с}^2 \right]$$

8. На барабан радиусом $R = 0,5 \text{ м}$ намотан шнур, к которому привязан груз массой $m_0 = 10 \text{ кг}$. Найти момент инерции барабана J , если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,04 \text{ м/с}^2$.

$$\left[J = m_0 R^2 \frac{g - a}{g} \approx 9,51 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \right]$$

9. На барабан радиусом $R = 20 \text{ см}$, момент инерции которого $J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1 = 0,5 \text{ кг}$. До начала вращения барабана груз находился на высоте $h = 1 \text{ м}$ над полом. Через какое время груз опустится на пол и какова будет при этом его кинетическая энергия? Трением пренебречь.

$$\left[t = \sqrt{\frac{2h(J + m_1 R^2)}{m_1 g R^2}} \approx 1,56 \text{ с}; K = \frac{m_1^2 g h R^2}{J + m_1 R^2} \approx 0,8167 \text{ Дж} \right]$$

10. Блок массой $m = 1 \text{ кг}$ укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1 \text{ кг}$ соединены нитью, перекинутой через блок. Гиря 2 находится на поверхности стола, гиря 1 свешивается со стола. Коэффициент трения гири 2 о стол $k = 0,1$. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силу натяжения T_1 и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

$$\left[a = g \frac{2(m_1 - km_2)}{2(m_1 + m_2) + m} \approx 3,53 \text{ м/с}^2; T_1 = m_1 g \left(\frac{m_2 - km_1}{\frac{1}{2}m + m_1 + m_2} + k \right) \approx 4,51 \text{ Н}; T_2 = m_2 g \left(1 - \frac{m_2 - km_1}{\frac{1}{2}m + m_1 + m_2} \right) \approx 6,27 \text{ Н} \right]$$

11. Диск массой $m_0 = 2 \text{ кг}$ катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $V = 4 \text{ м/с}$. Найти кинетическую энергию диска.

$$\left[K = \frac{3}{4} m_0 V^2 = 24 \text{ Дж} \right]$$

12. Шар диаметром $D = 6 \text{ см}$ и массой $m = 0,25 \text{ кг}$ катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости с частотой вращения $n = 4 \text{ об/с}$. Найти кинетическую энергию шара.

$$\left[K = \frac{7\pi^2}{10} m D^2 n^2 \approx 99 \text{ мДж} \right]$$

13. Шар массой $m_0 = 1 \text{ кг}$, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и отскакивает от нее. Скорость шара до удара $V = 10 \text{ см/с}$, после удара $U = 8 \text{ см/с}$. Найти количество теплоты Q , потерянное в момент удара.

$$\left[Q = \frac{7}{10} m (V^2 - U^2) = 2,52 \text{ мДж} \right]$$

14. Мальчик катит обруч по горизонтальной поверхности скоростью $V = 7,2 \text{ км/ч}$. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

$$\left[S = 10 \frac{V^2}{g} \approx 4 \text{ м} \right]$$

15. Найти линейные ускорения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости $\alpha = 37^\circ$, начальная скорость всех тел $V_0 = 0$.

$$\left[a_w = g \frac{5 \sin \alpha}{7} \approx 4,21 \text{ м/с}^2; a_o = g \frac{2 \sin \alpha}{3} \approx 3,93 \text{ м/с}^2; a_{ob} = g \frac{\sin \alpha}{2} \approx 2,95 \text{ м/с}^2 \right]$$

16. Найти линейные скорости движения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости, высота которой $h = 0,5 \text{ м}$. Начальная скорость всех $V_0 = 0$.

$$\left[V_w = \sqrt{\frac{10gh}{7}} \approx 2,65 \text{ м/с}; V_o = \sqrt{\frac{4gh}{3}} \approx 2,56 \text{ м/с}; V_{ob} = \sqrt{gh} \approx 2,21 \text{ м/с} \right]$$

17. Цилиндр скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом при основании α . Каково ускорение центра масс цилиндра?

$$\left[a = g \frac{2 \sin \alpha}{3} \right]$$

18. Тонкий обруч радиуса R раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω и положили плашмя на горизонтальную поверхность. Полагая коэффициент трения между поверхностью и обручем k , определить время вращения до полной остановки. Сколько оборотов при этом сделает обруч?

$$\left[t = \frac{R\omega}{\mu g}; N = \frac{\omega^2 R}{4\pi \mu g} \right]$$

19. По шероховатой горизонтальной поверхности катится без проскальзывания со скоростью V тонкое кольцо. Через какое время после упругого удара о гладкую вертикальную стенку кольцо остановится, если коэффициент трения кольца о поверхность равен k ?

$$\left[t = \frac{2V}{kg} \right]$$

20. Тонкая однородная палочка длины L и массы m лежит симметрично на двух опорах, расстояние между которыми L . Одну из опор быстро убирают. Какова сразу после этого сила реакции оставшейся опоры?

$$\left[N = \frac{1}{4} mg \right]$$

21. Обруч, вся масса которого сосредоточена в ободке, раскрутили до угловой скорости ω и поставили на шероховатую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Найти время, в течение которого обруч будет подниматься вверх по плоскости. Радиус обруча R .

$$\left[t = \frac{\omega R}{g \sin \alpha} \right]$$

22. Бревно высоты $h = 3$ м и массы $m = 50$ кг начинает падать из вертикального положения на землю. Определить скорость верхнего конца и момент импульса бревна в момент падения на землю.

$$\left[V = \sqrt{3gh} \approx 9,49 \text{ м/с}; L = mh\sqrt{\frac{gh}{3}} \approx 474,34 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с} \right]$$

23. Карандаш длиной $L = 15$ см, поставленный вертикально, начинает падать на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость V будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

$$\left[\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 14 \text{ рад/с}; V_u = \frac{1}{2}\sqrt{3gL} = 1,05 \text{ м/с}; V_k = \sqrt{3gL} = 2,1 \text{ м/с} \right]$$

24. Однородный стержень длиной $L = 1$ м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол α надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость $V = 5$ м/с?

$$\left[\alpha = \arccos\left(1 - \frac{V^2}{3gL}\right) \approx 81,4^\circ \right]$$

25. Горизонтальная платформа массой $m = 100$ кг вращает вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, частотой $n_1 = 10$ об/мин. Человек массой $m_0 = 60$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека точечной массой.

$$\left[n_2 = \frac{m + 2m_0}{m} n_1 = 22 \text{ об/мин} \right]$$

26. На горизонтальной поверхности стоит куб массы m . С какой минимальной силой, и под каким углом к горизонту надо тянуть куб за верхнее ребро, чтобы он начал опрокидываться без проскальзывания, если коэффициент трения куба о плоскость равен k ?

$$\left[\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - 2k}{k}; F = mg \frac{\sqrt{1 - 4k + 5k^2}}{k} \right]$$

27. Диск массой $m = 1$ кг и диаметром $d = 0,6$ м вращается вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной его плоскости, делая $n = 20$ об/с. Какую минимальную работу A надо совершить, чтобы остановить диск?

$$\left[A = \frac{md^2\pi^2 n^2}{2} \approx 710,6 \text{ Дж} \right]$$

28. Маховик, момент инерции которого $J = 50$ кг м², вращается по закону: $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ рад, $B = 16$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Найти закон изменения вращающего момента M и закон изменения мощности P . Чему равна мощность P_1 в момент времени $t_1 = 3$ с?

$$\left[\begin{aligned} M &= 2JC = -200 \text{ Н} \cdot \text{м} \\ P &= 2JC(B + 2Ct) = -200(16 - 4t) \text{ Вт} \\ P_1 &= -800 \text{ Вт} \end{aligned} \right]$$

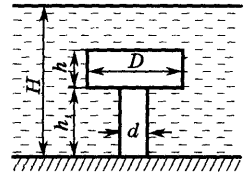
29. Маховик, момент инерции которого $J = 40$ кг м², из состояния покоя начал вращаться равноускоренно под действием момента силы $M = 20$ Н м в течение $t = 10$ с. Определить кинетическую энергию E_k , приобретенную маховиком.

$$\left[E_k = \frac{M^2 t_1^2}{2J} = 500 \text{ Дж} \right]$$

30. Карандаш, длина которого $L = 0,15$ м, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую ω и линейную v скорости будет иметь в конце падения: а) середина карандаша; б) верхний его конец? Считать, что трение такое, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

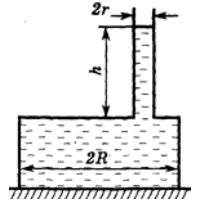
$$\left[\begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 14 \text{ c}^{-1} \\ a) V = \frac{1}{2}L\omega = 1,05 \text{ м/с} \\ б) V = L\omega = 2,1 \text{ м/с} \end{array} \right]$$

1. На дне реки установлена бетонная конструкция грибовидной формы (см. рис.). С какой силой давит конструкция на дно реки? Атмосферное давление не учитывать.



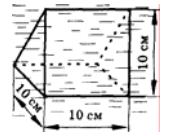
$$\left[F_{\text{дав}} = \frac{\rho_{\text{бет}} g \pi}{4} (D^2 h + d^2 h_1) - \frac{\rho_{\text{в}} g \pi}{4} (h D^2 - (H - h_1) d^2) \right]$$

2. Перевернутая кастрюля массы m и радиуса R стоит на резиновой прокладке (см. рис.), плотно прилегая к ней краями. В дне кастрюли – круглое отверстие радиусом r , в которое плотно вставлена легкая вертикальная трубка. В кастрюлю через трубку наливают жидкость. Когда длина столба жидкости в трубке становится равной h , жидкость начинает вытекать из-под кастрюли. Определите плотность жидкости ρ .



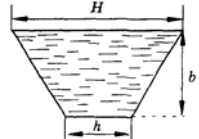
$$\left[\rho = \frac{h \pi (R^2 - r^2)}{m} \right]$$

3. В жидкости находится прямоугольная призма, размеры которой показаны на рисунке. Найти сумму сил, действующих на переднюю и нижнюю грани призмы, если давление жидкости равно $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Чему равна сумма сил, действующих на призму?



$$\left[\begin{aligned} F_1 = F_2 = p a^2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Н} \\ F_3 = p a^2 \sqrt{2} = 2,828 \cdot 10^3 \text{ Н} \\ F = 0 \end{aligned} \right]$$

4. Желоб, до краев наполненный водой (см. рис.), имеет высоту $b = 12 \text{ см}$, ширину нижнего основания $h = 8 \text{ см}$ и верхнего $H = 24 \text{ см}$. Определить силу давления воды на $l = 1 \text{ м}$ длины боковой стенки. Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.



$$\left[F_l = \left(p_0 + \frac{1}{2} \rho g b \right) \sqrt{b^2 + \left(\frac{H-h}{2} \right)^2} l = 14,5 \text{ кПа} \right]$$

5. Определить скорость ветра, если он оказывает давление $p = 200 \text{ Па}$. Ветер дует перпендикулярно стене. Плотность воздуха $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[V = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = 17,6 \text{ м/с} \right]$$

6. До какой высоты h нужно налить жидкость в цилиндрический сосуд радиуса R , чтобы сила F , с которой жидкость давит на боковую поверхность сосуда, была равна силе давления на дно?

$$[h = R]$$

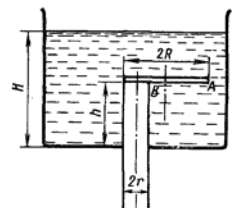
7. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе количества воды и ртути. Общая высота столба жидкостей в сосуде $H = 143 \text{ см}$. Найти давление p на дно сосуда. Плотность ртути $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[p = 2 \frac{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{рт}} g H}{\rho_{\text{в}} + \rho_{\text{рт}}} \approx 26,11 \text{ кПа} \right]$$

8. При подъеме груза массой $m = 2 \text{ т}$ с помощью гидравлического пресса была затрачена работа $A = 40 \text{ Дж}$. При этом малый поршень сделал $n = 10$ ходов, перемещаясь за один ход на $h = 10 \text{ см}$. Во сколько раз площадь большого поршня больше площади малого, если $K.П.Д.$ пресса равен 1.

$$\left[\frac{S_2}{S_1} = \frac{mghn}{A} = 500 \right]$$

9. Из сосуда, заполненного водой, выходит труба радиусом r и высотой h (см. рис.). Труба закрыта круглой пластиной радиусом R и массой M , которую прижимает к трубе давление воды. С какой силой F нужно подействовать на пластину в точке A , для того чтобы она повернулась, открыв трубу? Сосуд заполнен водой до высоты H . Толщина пластины пренебрежимо мала.



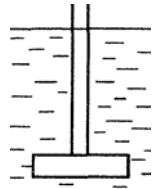
$$\left[F \geq \rho g (H - h) \pi r^2 \frac{r}{2(R - r)} - Mg \frac{R - 2r}{2(R - r)} \right]$$

10. Стальной кубик плотностью $7,8 \text{ г/см}^3$ плавает в ртути (плотность $13,6 \text{ г/см}^3$). Поверх ртути наливается вода так, что она покрывает кубик тонким слоем. Какова высота H слоя воды? Длина ребра кубика $a = 10 \text{ см}$. Определить давление p на нижнюю грань кубика.

$$\left[h_1 = a \frac{\rho - \rho_6}{\rho_{pm} - \rho_6} \approx 5,4 \text{ см}; h_2 = a \frac{\rho_{pm} - \rho}{\rho_{pm} - \rho_6} \approx 4,6 \text{ см}; p = ga\rho = 7,644 \text{ кПа} \right]$$

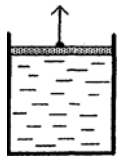
11. В цилиндрический сосуд налили две несмешивающиеся жидкости в равных по массе количествах. Плотности жидкостей равны $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, а общая высота слоя жидкостей равна $H = 40 \text{ см}$. Найти давление жидкостей на дно сосуда. Атмосферное давление не учитывать.

$$\left[p = 2 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} gH \right]$$



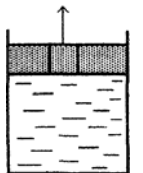
12. В бак с жидкостью опущена длинная трубка диаметром d , к которой снизу плотно прилегает цилиндрический диск толщиной h и диаметром D (см. рис.). Плотность диска ρ_0 больше плотности жидкости $\rho_{ж}$. На какой глубине диск оторвется, если трубку медленно вытаскивать из жидкости?

$$\left[H \leq h \frac{\rho_0 D^2}{\rho_{ж} d^2} \right]$$



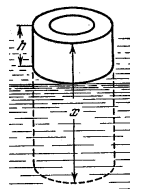
13. В цилиндрический сосуд массой M и площадью дна S налита вода до уровня h . Вода сверху закрыта поршнем, в котором имеется крючок. Каким будет давление под поршнем, если сосуд приподнять за этот крючок (см. рис.)? Атмосферное давление равно p_0 .

$$\left[p = p_0 - \rho gh - \frac{Mg}{S} \right]$$



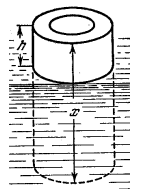
14. В цилиндрический сосуд с площадью дна S налита жидкость плотностью ρ . Сверху непосредственно на жидкости лежит массивный поршень с пробкой (см. рис.). Поршень и пробка сделаны из одного материала, имеют одинаковую толщину h и могут двигаться без зазора и без трения. Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пробку? Площадь пробки равна S_1 .

$$\left[A = \frac{1}{2} \rho gh^2 S_1 \left(1 - \frac{S_1}{S} \right) \right]$$



15. В воде плавает в вертикальном положении труба (см. рис.). Высота выступающей из воды части трубы $h = 5 \text{ см}$. Внутри трубы наливается масло плотности $d = 0,9 \text{ г/см}^3$. Какой длины должна быть труба для того, чтобы ее можно было заполнить маслом целиком?

$$\left[x = h \frac{\rho_6}{\rho - \rho_6} = 50 \text{ см} \right]$$



16. Высота воды в левом колене сообщающихся сосудов $h_1 = 40 \text{ см}$, в правом – $h_2 = 10 \text{ см}$. В каком направлении будет переливаться вода, если открыть кран? На сколько изменится уровень воды в левом сосуде? Найти объем воды, который перелился из одного сосуда в другой. Левое колено сосуда имеет площадь поперечного сечения $S_1 = 10 \text{ см}^2$, правое – $S_2 = 20 \text{ см}^2$.

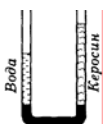
$$\left[\Delta h_1 = \frac{S_2 (h_1 - h_2)}{S_2 + S_1} = 0,2 \text{ м} \right]$$

$$\left[\Delta V = \frac{S_1 S_2 (h_1 - h_2)}{S_2 + S_1} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \right]$$

17. В сосуд с водой вставлена трубка сечением $S = 2 \text{ см}^2$. В трубку налили масло массой $m = 72 \text{ г}$. Найти разность уровней масла и воды.

$$\left[\Delta h = \frac{m}{S} \frac{\rho_6 - \rho_m}{\rho_6 \rho_m} = 5,83 \text{ мм} \right]$$

18. В сообщающихся сосудах находятся ртуть и вода (см. рис.). Высота столба воды $h_1 = 68 \text{ см}$. Какой высоты столб керосина следует налить в левое колено, чтобы ртуть установилась в обоих сосудах на одинаковом уровне?



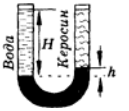
$$\left[h_2 = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 85 \text{ см} \right]$$

19. В сообщающихся сосудах находится ртуть. Когда в правую трубку наливают керосин, высота столба которого $h_k = 34$ см, уровень ртути в левой трубке поднимается на $\Delta h = 2$ см. По этим данным найти плотность керосина. Какой высоты слой воды следует налить в левую трубку, чтобы ртуть в трубках установилась на одинаковом уровне (см. рис.)?



$$\left[\begin{aligned} \rho_k &= \rho_{mp} \frac{\Delta h}{h_k} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \\ h_в &= h_k \frac{\rho_k}{\rho_в} = 27,2 \text{ см} \end{aligned} \right]$$

20. В сообщающихся сосудах налиты ртуть, вода и керосин (см. рис.). Какова высота слоя керосина, если высота столба воды 20 см и в правом колене уровень ртути ниже, чем в левом, на 0,5 см?



$$\left[h_k = \frac{\rho_в h_в - \rho_{pm} h_{pm}}{\rho_k} \approx 24 \text{ см} \right]$$

21. Ртуть находится в сообщающихся сосудах. Площадь сечения левого колена в 3 раза меньше, чем правого. Уровень ртути в узком колене расположен на расстоянии $l = 30$ см от верхнего конца трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене, если левый медленно доверху залить водой?

$$\left[\Delta h = l \frac{\rho_в}{\rho_{pm}(n+1) - \rho_в n} \approx 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ м} \right]$$

22. В один из сообщающихся сосудов налита вода плотностью ρ_1 , в другой – масло плотностью ρ_2 . На какое расстояние Δl сместится граница раздела жидкостей в горизонтальной трубке, если на поверхность воды налить слой масла толщиной h ? Площадь поперечного сечения сосудов в k раз больше площади поперечного сечения соединительной трубки.

$$\left[\Delta l = h \frac{\rho_2 k}{\rho_2 + \rho_1} \right]$$

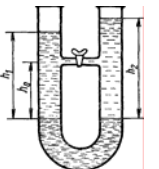
23. В U-образную трубку наливают ртуть. Затем в одно из колен трубки наливают масло, а в другое воду. Границы раздела ртути с маслом и водой в обоих коленах находятся на одном уровне. Найти высоту столба воды h_0 , если высота столба масла $h = 20$ см, а его плотность $\rho = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

$$\left[h_0 = h \frac{\rho}{\rho_0} = 18 \text{ см} \right]$$

24. В два цилиндрических сообщающихся сосуда наливают ртуть. Сечение одного из сосудов вдвое больше другого. Широкий сосуд доливают водой до края. На какую высоту h поднимется при этом уровень ртути в другом сосуде? Первоначально уровень ртути был на расстоянии l от верхнего края широкого сосуда. Плотности ртути и воды ρ и ρ_0 известны.

$$\left[h = l \frac{\rho_0}{\rho(l+n) - n\rho_0} \right]$$

25. В колена U-образной трубки налиты вода и спирт, разделенные ртутью. Уровень ртути в обоих коленах одинаков. На высоте $h_0 = 24$ см от уровня ртути колена соединены горизонтальной трубкой с краном (см. рис.). Вначале кран закрыт. Определить высоту столба спирта h_2 ($\rho_c = 800$ кг/м³), если высота столба воды $h_1 = 32$ см. Что будет, если открыть кран. При каком расположении трубки при открывании кран будет сохраняться равновесие?



$$\left[h_2 = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 40 \text{ см} \right]$$

26. В сообщающиеся сосуды налили ртуть, а поверх нее в один сосуд налили столб масла высотой $h_1 = 48$ см, а в другой – столб керосина высотой $h_2 = 20$ см. Определите разность уровней ртути в обоих

сосудах, если плотность масла $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность керосина $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, плотность ртути $\rho_3 = 13600 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[h_3 = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho_3} = 2 \text{ см} \right]$$

27. Ртуть находится в U-образной трубке. Площадь сечения левого колена в три раза меньше, чем правого. Уровень ртути расположен на расстоянии $h = 0,3 \text{ м}$ от верхнего конца левого колена трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене, если левое колено трубки полностью залить водой? Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[h_{np} = h \frac{\rho_0}{\rho + \frac{S_{np}}{S_{лев}} (\rho - \rho_0)} \approx 8 \text{ см} \right]$$

28. Три одинаковых вертикальных сосуда соединены в систему из трех сообщающихся сосудов. В систему залили ртуть. На сколько повысится уровень ртути в среднем сосуде, если в один из крайних налить слой воды высотой $h_1 = 102 \text{ мм}$, а в другой – слой воды высотой $h_2 = 153 \text{ мм}$.

$$\left[\Delta h_3 = \frac{1}{3} (h_2 + h_1) \frac{\rho_в}{\rho_{рт}} = 6,25 \text{ мм} \right]$$

29. Концы U-образной трубки на $l = 26 \text{ см}$ выше уровня ртути. Какой максимальной высоты столб воды можно налить в одно из колен трубки?

$$\left[H = 2l \frac{\rho_{рт}}{2\rho_{рт} - \rho_в} \approx 27 \text{ см} \right]$$

30. В U-образную трубку с сечением S налита ртуть, занимающая объем V . Затем в одно из колен трубки налили воду и опустили железный шарик массы m . На какую высоту h поднялся уровень ртути в другом колене? Плотности ртути и воды известны.

$$\left[h = \frac{\rho_в V + m_{жс}}{2\rho_{рт} S} \right]$$

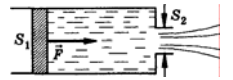
1. С катера, идущего со скоростью $u = 18 \text{ км/ч}$, опускают в воду изогнутую под прямым углом трубку так, что опущенный конец трубки горизонтален и обращен отверстием в сторону движения. Другой конец трубки, находящийся в воздухе, вертикален. На какую высоту по отношению к уровню воды в озере поднимется вода в трубке? Трением пренебrecь.

$$\left[h = \frac{u^2}{2g} = 1,25 \text{ м} \right]$$

2. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$. Определить скорость течения нефти в узкой части тубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы составляет $\Delta p = 50 \text{ мм рт. ст.}$

$$\left[v_2 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho} + v_1^2} = 2,35 \text{ м/с} \right]$$

3. На поршень горизонтально расположенного шприца (см. рис.) площадью поперечного сечения S_1 действует постоянная горизонтальная сила F . С какой скоростью вытекает струя из отверстия площадью S_2 , если плотность жидкости ρ и поршень движется равномерно?



$$\left[V_2 = \sqrt{\frac{2FS_1}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} \right]$$

4. Площадь поперечного сечения поршня в шприце S_1 , площадь выходного отверстия $S_2 \ll S_1$. Шприц расположен горизонтально. На поршень действует постоянная горизонтальная сила F . Ход поршня равен l . Найти время вытекания жидкости из шприца, если ее плотность ρ .

$$\left[t = \frac{l}{S_2} \sqrt{\frac{\rho S_1 (S_1^2 - S_2^2)}{2F}} \right]$$

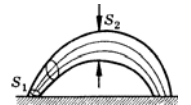
5. На какой высоте площадь поперечного сечения струи фонтана будет в n раз больше площади выходного отверстия трубки? Скорость воды в выходном отверстии v .

$$\left[h = \frac{v^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{1}{n} \right)^2 \right) \right]$$

6. На какой высоте h плита массой M удерживается на месте в горизонтальном положении N струями жидкости, бьющими вертикально вверх из отверстий сечением S каждое? Скорость жидкости на выходе из отверстий v . Жидкость упруго ударяется о плиту.

$$\left[h = \frac{v^2}{g} - \frac{l}{g} \left(\frac{2Mg}{N\rho Sv} \right)^2 \right]$$

7. Под каким углом к горизонту направлена струя воды из брандспойта (см. рис.) и какой наибольшей высоты она достигнет, если площадь ее поперечного сечения при выходе из сопла S_1 , а в высшей точке – S_2 ? Скорость истечения воды из сопла v_0 .



$$\left[\begin{aligned} h_{\max} &= \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right) \\ a &= \arccos \left(\frac{S_1}{S_2} \right) \end{aligned} \right]$$

8. Поршень вытесняет воду из вертикального цилиндрического сосуда через малое отверстие, находящееся у дна сосуда и имеющее площадь S_0 . Высота сосуда равна h , площадь основания S . Какую работу совершает поршень, если он движется с постоянной скоростью v ? Плотность воды ρ .

$$\left[A = \rho S \left[\frac{v^2 h}{2} \left(\left(\frac{S_0}{S} \right)^2 - 1 \right) - \frac{gh^2}{2} \right] \right]$$

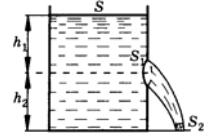
9. На поверхности стола стоит широкий сосуд с водой. Высота уровня воды в сосуде h , вес сосуда вместе с водой P . В боковой поверхности сосуда у дна имеется отверстие площадью S , закрытое пробкой. При каком значении коэффициента трения между дном сосуда и столом сосуд придет в движение, если вынуть пробку?

$$\left[\mu \leq \frac{2\rho Sgh}{P} \right]$$

10. Бак, заполненный водой до высоты $H = 1$ м, пробивается пулей на высоте $h = 0,1$ м. На какое расстояние от бака будет бить струя воды? Где следовало бы сделать отверстие, чтобы струя била на максимальное расстояние?

$$\left[s = 2\sqrt{h(H-h)} = 0,6 \text{ м}; h_{\max} = \frac{H}{2} = 0,5 \text{ м} \right]$$

11. Цилиндрический бак, имеющий площадь поперечного сечения S , стоит неподвижно на горизонтальной поверхности (см. рис.). В его стенке находится отверстие, площадь сечения которого $S_1 \ll S$ расположенное на расстоянии h_1 от поверхности воды в баке и h_2 от дна. Найти площадь поперечного сечения S_2 струи, вытекающей из отверстия, в месте ее падения на горизонтальную поверхность.



$$\left[S_2 = S_1 \sqrt{\frac{h_1}{h_2 + h_1}} \right]$$

12. На дне бассейна имеется отверстие для слива воды площадью S . Скорость, с которой вода вытекает из отверстия, пропорциональна давлению воды на дно. Коэффициент пропорциональности равен k . Бассейн имеет вертикальные стенки и горизонтальное дно, площадь которого S_1 . Определить зависимость скорости падения уровня воды в бассейне от глубины.

$$\left[V(h) = k\rho gh \frac{S}{S_1} \right]$$

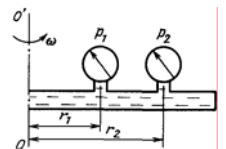
13. Какова примерно скорость катера v , если вода поднимается при движении вдоль его носовой вертикальной части на высоту $h = 1$ м?

$$\left[v = \sqrt{2gh} \approx 4,5 \text{ м/с} \right]$$

14. Подводная лодка находится на глубине $h = 100$ м. С какой скоростью через отверстие в корпусе лодки будет врываться струя воды? Сколько воды проникает за один час, если диаметр отверстия равен $d = 2$ см? Давление воздуха в лодке равно атмосферному давлению. Изменением давления внутри лодки пренебречь.

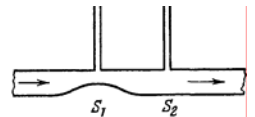
$$\left[\begin{aligned} V &= \sqrt{2gh} \approx 44,3 \text{ м/с} \\ m &= \rho \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2ght} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ кг} \end{aligned} \right]$$

15. Закрытая с обоих концов трубка, полностью заполненная водой, равномерно вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси OO' . На боковой стенке трубки на расстояниях r_1 и r_2 от оси вращения установлены манометры, которые показывают давления p_1 и p_2 соответственно (см. рис.). Определите угловую скорость ω вращения трубки. Плотность воды ρ , считать известной.



$$\left[\omega = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho(r_1^2 - r_2^2)}} \right]$$

16. Две манометрические трубки установлены на горизонтальной трубе переменного сечения в местах, где сечения трубы равны S_1 и S_2 (см. рис.). По трубе течет вода. Найти объем воды, протекающий в единицу времени через сечение трубы, если разность уровней воды в манометрических трубках равна Δh .



$$\left[\frac{\Delta V}{\Delta t} = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_2^2 - S_1^2}} \right]$$

17. Вертикальная струя идеальной жидкости вытекает из горизонтального отверстия радиуса r_0 со скоростью v_0 . Найти радиус струи на расстоянии h ниже отверстия.

$$\left[r = r_0 \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{2gh + v_0^2}} \right]$$

18. На столе стоит широкий цилиндрический сосуд высоты $H = 50$ см. Сосуд наполнен водой. Пренебрегая вязкостью, найти, на какой высоте от дна сосуда следует сделать небольшое отверстие, чтобы струя из него была в поверхность стола на максимальное расстояние l_{max} от сосуда. Чему равно l_{max} ?

$$\left[\begin{array}{l} h = \frac{H}{2} \\ l_{max} = H \end{array} \right]$$

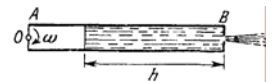
19. Из отверстия в дне высокого цилиндрического сосуда вытекает вода. Площадь сечения сосуда в $\eta = 100$ раз больше сечения отверстия. Найти ускорение, с которым перемещается уровень воды в сосуде.

$$\left[a = \frac{g}{\eta^2 - 1} \approx 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2 \right]$$

20. Тонкостенный цилиндрический сосуд погрузили в идеальную жидкость до верхнего (открытого) основания. В нижнем, закрытом торце имеется малое отверстие. Известны высота сосуда h , а также отношение η площади сечения отверстия к площади сечения сосуда, причем $\eta \ll 1$. Найти время, за которое наполнится сосуд.

$$\left[t_1 = \frac{\sqrt{2h}}{\eta\sqrt{g}} \right]$$

21. Горизонтально расположенная трубка AB длины l вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси O , проходящей через конец A (см. рис.). В трубке находится идеальная жидкость. Конец A трубки открыт, а в закрытом конце B имеется очень малое отверстие. Найти, с какой скоростью относительно трубки будет вытекать жидкость в зависимости от "высоты" ее столба A .



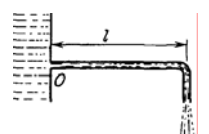
$$\left[v = \omega h \sqrt{\frac{2l}{h} - 1} \right]$$

22. Вода течет со скоростью v по U-образной трубке, лежащей в горизонтальной плоскости. Площадь сечения трубки S , радиус закругления R . Найти:

- суммарный импульс воды в закругленной части трубки;
- модуль силы, действующей со стороны текущей воды на стенки изогнутой части трубки.

$$\left[\begin{array}{l} \vec{p} = (2\rho SRv, 0) \\ \vec{F} = (0, -2\rho Sv^2) \end{array} \right]$$

23. Вода вытекает из большого бака по изогнутой под прямым углом трубке, внутренний радиус которой $r = 0,50$ см (см. рис.). Длина горизонтальной части трубки $l = 22$ см. Расход воды $Q = 0,50$ л/с. Найти момент сил реакции воды на стенки этой трубки относительно точки O , обусловленный течением воды.



$$\left[M = \frac{l\rho Q^2}{\pi r^2} \approx 0,7 \text{ Н} \cdot \text{м} \right]$$

24. Сечение ствола гидромонитора (см. рис.) меняется от $S_1 = 50$ см² до $S_2 = 5$ см². Найти модуль и направление горизонтальной силы, возникающей в креплении ствола (сечение 1), если скорость струи на выходе $v_0 = 25$ м/с. Вязкостью пренебречь.



$$\left[\begin{array}{l} \text{сила направлена в право} \\ F = \frac{\rho v_0^2 S_2}{2} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \approx 140,6 \text{ Н} \end{array} \right]$$

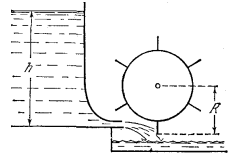
25. Цилиндрический сосуд с водой вращают вокруг его вертикальной оси с угловой скоростью ω . Найти:

- форму свободной поверхности воды;

б) распределение давления воды на дне сосуда вдоль его радиуса, если давление в центре дна равно p_0 .

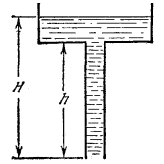
$$\left[\begin{array}{l} \text{а) } h = \frac{\omega^2}{2g} r^2 \\ \text{б) } p_0 \end{array} \right]$$

26. Найти силу, действующую на лопасть нижнебойного колеса (см. рис.), считая, что струя после удара о лопасть продолжает движение со скоростью лопасти. Высота напора воды h , радиус колеса R , угловая скорость вращения колеса ω и площадь поперечного сечения струи S .



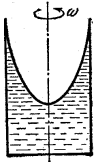
$$\left[F = \rho S \sqrt{2gh} (R\omega - \sqrt{2gh}) \right]$$

27. Из широкого сосуда через узкую трубку вытекает жидкость (см. рис.). Как распределены по вертикали давление и скорость жидкости в сосуде и в трубке?



$$p(x) = \begin{cases} \rho g x, & x \in [0, H-h] \\ \rho g x + \frac{\rho v_1^2}{2} \left[1 - \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 \right], & x \in [H-h, H] \end{cases}$$

28. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (см. рис.). Определить изменение давления в горизонтальном сечении сосуда в зависимости от расстояния до оси вращения.

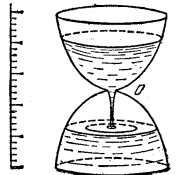


$$\left[p(h) = p_0 + \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} \right]$$

29. Найти форму поверхности жидкости в цилиндрическом сосуде, вращающемся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (т. е. найти высоту уровня жидкости в зависимости от расстояния до оси вращения).

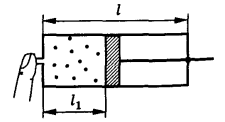
$$\left[h = \frac{\omega^2}{2g} r^2 \right]$$

30. Древнегреческие водяные часы (клепсидра) представляют собой сосуд с небольшим отверстием O (см. рис.). Время отсчитывается по уровню воды в сосуде. Какова должна быть форма сосуда, чтобы шкала времени была равномерной?



$$\left[r = \left(\frac{S_1}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2gh}{V^2} \right)^{\frac{1}{4}} \right]$$

1. Выходное отверстие велосипедного насоса диаметром $d = 4$ мм зажато пальцем (см. рис.). Найти силу давления воздуха на палец в тот момент, когда поршень, сжимая воздух, не доходит до конца насоса на расстояние $l_1 = 2$ см. Длина насоса $l = 42$ см. Процесс считать изотермическим.



$$\left[F_{\text{дав}} = \frac{\pi d^2 p_{\text{ат}} l}{4 l_1} = 26,4 \text{ Н} \right]$$

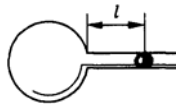
2. Песок насыпают в цилиндр и плотно закрывают поршнем. При суммарном объеме песка и воздуха V_1 давление воздуха равно p_1 ; а при суммарном объеме V_2 давление воздуха равно p_2 . Найти объем песка V , если температура неизменна.

$$\left[V = \frac{V_1 p_1 - V_2 p_2}{p_1 - p_2} \right]$$

3. Упругий шар, наполненный газом и имеющий радиус $r_1 = 10$ см при внешнем давлении $p_0 = 10^5$ Па, помещен под колокол воздушного насоса. Каким должно стать внешнее давление p_x , чтобы радиус шара увеличился на $\Delta r = 0,5$ см? Давление, создаваемое оболочкой, $p = ar^2$, где $a = 1,66 \cdot 10^7$ Па/м² и r – радиус шара. Температуру газа считать неизменной.

$$\left[p_x = (p_0 + ar_1^2) \left(\frac{r_1}{r_1 + \Delta r} \right)^3 - a(r_1 + \Delta r)^2 = 4,68 \cdot 10^4 \text{ Па} \right]$$

4. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой (см. рис.). Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем шара от внешнего пространства. Площадь поперечного сечения трубки $S = 0,1$ см². При температуре $T_1 = 273$ К капля находилась на расстоянии $l_1 = 30$ см от поверхности шара, при температуре $T_2 = 278$ К – на расстоянии $l_2 = 50$ см. Найти объем шара и зависимость $T(l)$. Давление считать постоянным.



$$\left[\begin{aligned} V_{\text{ш}} &= \frac{S(l_2 T_1 - l_1 T_2)}{T_2 - T_1} = 1,112 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \\ T &= \frac{l_2 T_1 - l_1 T_2 + l(T_2 - T_1)}{l_2 - l_1} \end{aligned} \right]$$

5. При какой температуре находился газ в закрытом сосуде, если при нагревании его на $\Delta T = 140$ К давление возрастает в $n = 1,5$ раза?

$$\left[T_1 = \frac{\Delta T}{n - 1} = 280 \text{ К} \right]$$

6. Объем сосуда $V = 300$ см³, объем цилиндра разрезающего насоса $V_1 = 200$ см³. После $n = 6$ ходов поршня в сосуде установилось давление $p = 35$ мм рт. ст. Каково было первоначальное давление p_0 газа в сосуде? Изменением температуры пренебречь.

$$\left[p_0 = p_n \left(\frac{V + V_1}{V} \right)^n = 99983 \text{ Па} \right]$$

7. В баллоне объемом $V = 1,5$ л находится воздух при нормальном давлении. За сколько ходов поршня насоса, имеющего объем цилиндра $V_1 = 100$ см³, можно понизить давление в баллоне в $\eta = 100$ раз? Температуру считать постоянной.

$$\left[n = \log_{\left(\frac{V}{V + V_1} \right)} \frac{p_n}{p_0} \approx 72 \right]$$

8. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков, засасывает из атмосферы $V_0 = 100$ л воздуха в секунду. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для работы одного молотка необходимо $V = 100$ см³ воздуха в секунду при давлении $p = 5 \cdot 10^6$ Па? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

$$\left[N = \frac{V_0 p_0}{V p} = 20 \right]$$

9. Во сколько раз изменится давление в резервуаре пневматического тормоза трамвайного вагона после $n = 250$ ходов поршня насоса, если объем резервуара $V = 30$ л? Насос за одно качание подает

$\Delta V = 600 \text{ см}^3$ воздуха при нормальном атмосферном давлении. Изменением температуры пренебречь. Начальное давление в резервуаре равно нормальному атмосферному давлению.

$$\left[k = 1 + n \frac{\Delta V}{V} = 6 \right]$$

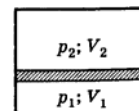
10. За сколько ходов поршня насоса с рабочим объемом ΔV можно повысить давление от атмосферного p_0 до p в сосуде объемом V ? Изменением температуры пренебречь.

$$\left[n = \frac{V}{\Delta V} \left(\frac{p_n}{p_0} - 1 \right) \right]$$

11. Начальное состояние газа p_0, V_0, T_0 . Газ подвергли сначала изобарическому расширению до объема V_1 , после чего нагрели при постоянном объеме до давления p_1 . Найти температуру газа в конечном состоянии.

$$\left[T_2 = T_0 \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} \right]$$

12. В цилиндрическом сосуде с газом находится в равновесии тяжелый поршень (см. рис.). Масса газа и температура под поршнем и над ним одинаковы. Отношение объема над поршнем к объему под поршнем равно 3. Каким будет это отношение, если температуру в сосуде увеличить в 2 раза?

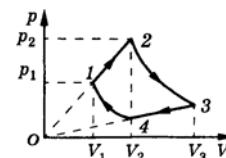


$$\left[n_2 = \frac{2(n_1 - 1) + \sqrt{4(n_1 - 1)^2 + 9k^2}}{3k} \approx 1,87 \right]$$

13. В закрытом сосуде цилиндрической формы находится газ при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Внутри сосуд перегороден легким, не проводящим тепло поршнем радиуса $r = 2 \text{ см}$ на две части объемами $V_1 = 10 \text{ см}^3$ и $V_2 = 50 \text{ см}^3$. Поршень находится в равновесии. На какое расстояние переместится поршень, если большую часть газа нагреть на 30 К ? Температура в другой части не меняется.

$$\left[x = \frac{V_1 V_2 \Delta T}{\pi r^2 (V_1 T_1 + V_2 (T_1 + \Delta T))} \approx 0,668 \text{ мм} \right]$$

14. График процесса, происходящего с одним молем идеального газа, показан на рисунке. Участки 2–3 и 1–4 – изотермы. Изобразить график этого процесса в координатах T, V . Найти объем V_3 , если V_1 и $V_2 = V_4$ заданы.

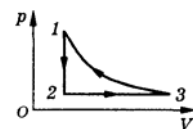


$$\left[V_3 = \frac{V_2^2}{V_1} \right]$$

15. Процесс в идеальном газе идет так, что давление и объем связаны равенством $p\sqrt{V} = B$. Когда температура газа достигает значения T , процесс продолжается при другом характере зависимости давления от объема: $p = -\frac{D}{V^2}$. Найти температуру T , считая константы B и D , а также ν количество молей газа известными.

$$\left[T = \frac{B^{\frac{2}{3}} D^{\frac{1}{3}}}{R} \right]$$

16. В координатах p, V задан цикл 1–2–3–1 (см. рис.). Изобразить этот цикл в координатах p, T . P – плотность газа, процесс 3–1 – изотермический. Ответ обосновать.



17. Один моль идеального газа расширяется изобарически. При этом оказалось, что $\alpha = V/T = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{К}$. Определить концентрацию молекул газа при температуре $T_1 = 10^3 \text{ К}$.

$$\left[n = \frac{N_a}{\alpha T_1} = 2,15 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \right]$$

18. Состояние идеального газа массой m изменяется в соответствии с законом $a = \frac{p^2}{T}$, где a – известная константа. Определить зависимость давления газа от его объема в этом процессе. Молярная масса газа равна M .

$$\left[p = \frac{aM}{mR} V \right]$$

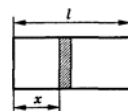
19. Аэростат объемом $V = 300 \text{ м}^3$ наполняется молекулярным водородом при температуре $T = 300 \text{ К}$ и давлении $p = 10^5 \text{ Па}$. Какое время будет производиться наполнение оболочки аэростата, если из баллонов каждую секунду переходит в аэростат $\Delta m = 25 \text{ г}$ водорода? До наполнения газом оболочка аэростата водорода не содержала; газ считать идеальным.

$$\left[t = \frac{pVM}{\Delta m RT} \approx 962,7 \text{ с} \right]$$

20. Закрытый сосуд объемом $V = 10 \text{ см}^3$ имеет трещину, через которую каждую секунду проникает $\Delta N = 10^6$ частиц газа. Какое время понадобится для наполнения сосуда до нормального давления $p = 10^5 \text{ Па}$, если скорость проникновения частиц остается постоянной и начальное давление в сосуде $p_0 = 0$? Температура сосуда с газом $T = 273 \text{ К}$.

$$\left[t = \frac{pVN_a}{RT \frac{\Delta N}{\Delta t}} = 2,65 \cdot 10^{14} \text{ с} \right]$$

21. Цилиндрический сосуд длиной $l = 85 \text{ см}$ разделен на две части легкоподвижным поршнем (см. рис.). При каком положении поршня давление в обеих частях цилиндра будет одинаково, если одна часть заполнена кислородом, а другая водородом такой же массы? Температура в обеих частях цилиндра одинакова.



$$\left[x = l \frac{M_2}{M_1 + M_2} = 5 \text{ см} \right]$$

22. Какое давление воздуха должно быть в сосуде, объем которого $V = 10 \text{ л}$, чтобы при соединении его с сосудом объемом $V_2 = 30 \text{ л}$, в котором находится воздух при давлении $p_2 = 10^5 \text{ Па}$, установилось давление $p = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$? Температуру считать постоянной.

$$\left[p_1 = \frac{p(V_1 + V_2) - p_2 V_2}{V_1} = 9 \cdot 10^5 \text{ Па} \right]$$

23. В сосуде объемом V_1 находится одноатомный газ при давлении p_1 и температуре T_1 , а в сосуде объемом V_2 такой же газ при давлении p_2 и температуре T_2 . Какое давление и температура установятся в сосудах при их соединении? Теплообменом с окружающей средой и стенками сосудов пренебречь.

$$\left[\begin{aligned} T &= T_1 T_2 \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1} \\ p &= \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} \end{aligned} \right]$$

24. Приблизительно воздух можно считать смесью азота ($\eta_1 = 80\%$ по массе), кислорода ($\eta_2 = 16\%$) и углекислого газа ($\eta_3 = 4\%$). Найти эффективную молярную массу M воздуха, т. е. молярную массу такого газа, который при одинаковых параметрах со смесью будет иметь ту же массу.

$$\left[M = \frac{l}{\frac{\eta_1}{M_1} + \frac{\eta_2}{M_2} + \frac{\eta_3}{M_3}} \approx 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \right]$$

25. В сосуде при давлении $p = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t = 27^\circ \text{С}$ находится смесь азота, кислорода и гелия, массы которых равны. Найти плотность смеси газов.

$$\left[\rho = \frac{p}{RT \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_3} \right)} \approx 0,127 \text{ кг/м}^3 \right]$$

26. Плотность газа, состоящего из смеси гелия и аргона, $\rho = 2 \text{ кг/м}^3$ при давлении $p = 150 \text{ кПа}$ и температуре $t = 27^\circ\text{C}$. Сколько атомов гелия содержится в газовой смеси объемом $V = 1 \text{ см}^3$?

$$\left[N = \frac{N_a V (M_2 p - \rho RT)}{RT (M_2 - M_1)} \approx 6,8 \cdot 10^{18} \right]$$

27. Сосуд разделен пополам полупроницаемой перегородкой. Объем каждой части $V = 1 \text{ л}$. В левую половину введены водород массой $m_1 = 2 \text{ г}$ и азот массой $m_2 = 28 \text{ г}$. Справа от перегородки – вакуум. Какие давления установятся в обеих частях сосуда, если перегородка пропускает только водород, а температура остается постоянной $T = 373 \text{ К}$?

$$\left[\begin{aligned} p_1 &= \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{2m_2}{M_2} \right) \approx 9,3 \cdot 10^6 \text{ Па} \\ p_2 &= \frac{m_1 RT}{M_1 V} \approx 3,1 \cdot 10^6 \text{ Па} \end{aligned} \right]$$

28. Закрытый сосуд разделен на две равные половины поршнем, который может перемещаться без трения. Давление и температура в обеих половинах одинаковы. В левой части находится чистый газ 1, в правой – смесь газов 1 и 2, причем их парциальные давления равны. В некоторый момент поршень становится проницаемым для газа 2. Во сколько раз η увеличится объем левой части после того, как установится равновесие?

$$\left[\eta = \frac{V'_l}{V_l} = 1,25 \right]$$

29. Некоторое количество водорода находится при температуре $T_1 = 200 \text{ К}$ и давлении $p_1 = 400 \text{ Па}$. Газ нагревают до температуры $T_2 = 10^4 \text{ К}$, при которой молекулы водорода полностью распадаются на атомы. Определить давление газа, если его объем и масса не изменились.

$$\left[p_2 = p_1 \frac{M_1 T_2}{M_2 T_1} = 4 \cdot 10^4 \text{ Па} \right]$$

30. В сосуде находится озон (O_3) при температуре $t_1 = 527^\circ\text{C}$. Через некоторое время он полностью превращается в кислород (O_2), температура устанавливается $t_2 = 127^\circ\text{C}$. На сколько процентов изменилось давление в баллоне?

$$\left[\frac{\Delta p}{p_1} \cdot 100\% = \left(\frac{T_2 M_1}{M_2 T_1} - 1 \right) \cdot 100\% = -25\% \right]$$

1. После включения отопления воздух в комнате нагревается от температуры T_0 до температуры T . Во сколько раз изменяется внутренняя энергия воздуха, содержащегося в комнате?

$$\left[\frac{U_2}{U_1} = 1 \right]$$

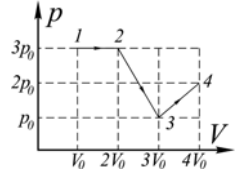
2. Объем некоторой массы газа увеличивается вдвое. В каком случае газ совершит большую работу – при изобарном расширении или при изотермическом?

[при изобарном]

3. Газ находится в вертикальном цилиндре, герметично закрытом сверху поршнем. Цилиндр помещают в термостат с высокой температурой. Одинаковое ли количество теплоты получает газ, если: 1) поршень закреплен; 2) поршень легко перемещается?

$$[Q_2 > Q_1]$$

4. Один моль идеального одноатомного газа совершает последовательно три процесса, показанные на рисунке. Для каждого из процессов найти значение средней молярной теплоемкости и определить, в каком из процессов средняя теплоемкость максимальна.



$$\left[\begin{array}{l} C_{M12} = \frac{5}{2}R, \quad C_{M23} = \frac{5}{6}R, \quad C_{M34} = \frac{9}{5}R \\ C_{M12} - \max \end{array} \right]$$

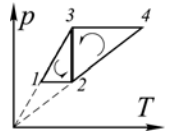
5. Докажите, что молярные теплоемкости идеального газа при постоянном давлении C_p и при постоянном объеме C_v связаны соотношением $C_p - C_v = R$, где R – универсальная газовая постоянная.

$$[C_p - C_v = R]$$

6. Для нагревания $m = 2,0$ кг неизвестного газа на $\Delta T = 5,0$ K при постоянном давлении требуется количество теплоты $Q_p = 9,1$ кДж, а для нагревания при постоянном объеме требуется $Q_v = 6,5$ кДж. Какой это может быть газ?

$$\left[\begin{array}{l} M = \frac{imR\Delta T}{2Q_v} \approx 32 \text{ г/моль} \\ O_2 \end{array} \right]$$

7. На рисунке изображены два замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1–2–3–1 и 3–2–4–3. В каком из них газ совершает большую работу?



$$[A_{1-2-3-1} < A_{3-2-4-3}]$$

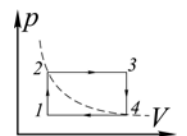
8. Газ под поршнем сжимают, помещая на поршень груз. Сравните конечную температуру и необходимую для сжатия работу в двух случаях: а) на поршень одну за другой медленно ставят небольшие гири; б) на поршень сразу ставят одну гирю большой массы. Конечный объем газа в обоих случаях одинаков. Сосуд с газом не теплоизолирован.

$$\left[\begin{array}{l} T_a < T_b \\ A_a < A_b \end{array} \right]$$

9. Кислород нагревают при постоянном давлении от температуры $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Какое количество теплоты Q необходимо сообщить газу, чтобы его объем удвоился? Количество вещества $\nu = 1$ моль.

$$\left[Q = \frac{7}{2}\nu RT_1 \approx 7,94 \text{ кДж} \right]$$

10. Определите работу A , совершенную одним молем идеального газа за цикл (см. рисунок). Известны температуры газа T_1 и T_3 в состояниях 1 и 3. Точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.



$$\left[A = \nu R (\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2 \right]$$

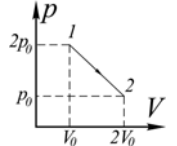
11. Газ находится в вертикальном цилиндре с площадью дна $S = 10 \text{ см}^2$. Цилиндр закрыт перемещающимся без трения поршнем массой $m = 9,8$ кг. Начальный объем газа $V_0 = 5,0$ л, температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Давление наружного воздуха $p_A = 100$ кПа. Какое количество теплоты Q необходимо затратить для нагревания газа при этих условиях на $\Delta T = 10$ K? Известно, что повышение температуры газа на ту же величину при закрепленном поршне потребовало бы количества теплоты $Q_1 = 90$ Дж.

$$\left[Q_2 = Q_1 + \left(p_A + \frac{mg}{S} \right) V_0 \frac{\Delta T}{T_0} \approx 125,9 \text{ Дж} \right]$$

12. В длинной, расположенной горизонтально теплоизолированной трубе между двумя одинаковыми поршнями (масса каждого равна m) находится $\nu = 1$ моль одноатомного газа при температуре T_0 . В начальный момент поршни сближаются, причем скорости поршней направлены в одну сторону и равны $3V$ и V . До какой максимальной температуры T нагреется газ? Массой газа по сравнению с массой поршня можно пренебречь. Поршни тепло не проводят. Трение пренебрежимо мало. Атмосферное давление не учитывать.

$$\left[T = T_0 + \frac{8mV^2}{3R} \right]$$

13. Какое количество теплоты получает одноатомный газ при нагревании в ходе процесса, изображенного на рисунке? Получает или отдает тепло газ при охлаждении? Чему равно это количество теплоты?



$$\left[Q = \frac{p_0 V_0}{2} \right]$$

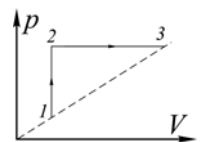
14. При адиабатическом расширении азота массой $m = 1$ кг газом совершена работа $A = 300$ Дж. Найти изменение его внутренней энергии и температуры, если известно, что удельная теплоемкость азота при постоянном объеме $c = 475$ Дж/(кг·К).

$$\left[\begin{aligned} \Delta U &= -A = 300 \text{ Дж} \\ \Delta T &= -\frac{A}{c_V m} = -0,63 \text{ К} \end{aligned} \right]$$

15. В цилиндре под тяжелым поршнем находится углекислый газ массой $m = 20$ г. Газ нагревают от температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 108^\circ\text{C}$. Какую работу при этом совершает газ? Какое количество теплоты сообщили газу? Молярная теплоемкость углекислого газа при постоянном объеме $C_V = 3R$.

$$\left[Q = 4R \frac{m}{M} (T_2 - T_1) = 1329,6 \text{ Дж} \right]$$

16. Состояние ν молей идеального газа изменялось сначала по изохоре 1–2, затем по изобаре 2–3. Отношение давлений в состояниях 1 и 2 задано: $p_2/p_1 = k$. Известно, что в состоянии 3 температура газа равна T . Определить работу, совершенную газом в процессе 1–2–3. На графике 0–1–3 – прямая.



$$\left[A = \nu RT \frac{k-1}{k} \right]$$

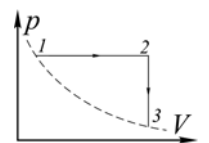
17. В теплоизолированном закрытом сосуде находится один моль одноатомного идеального газа при температуре $T_0 = 300$ К и кусочек железа массой $m = 0,2$ кг, нагретый до температуры $T_1 = 500$ К. Давление газа $p_0 = 10^5$ Па. Каким станет давление газа, когда установится тепловое равновесие?

$$\left[p_k = p_0 \frac{3RT_0 + 2c_{жс} m T_1}{(3R + 2c_{жс} m) T_0} \approx 1,587 \cdot 10^5 \text{ Па} \right]$$

18. В теплоизолированном цилиндре под теплонепроницаемым поршнем находится одноатомный идеальный газ с начальным давлением $p_0 = 10^5$ Па, объемом $V_0 = 3$ дм³ и температурой $T_0 = 300$ К. При сжатии газа над ним совершили работу $A = 90$ Дж. Найдите температуру газа после сжатия.

$$\left[T_1 = T_0 \left(\frac{A}{p_0 V_0} + 1 \right) = 390 \text{ К} \right]$$

19. Состояние ν молей идеального газа изменялось вначале по изобаре 1–2, затем по изохоре 2–3. При этом газом совершена работа A . Отношение давлений в состояниях 2 и 3 задано: $p_2/p_1 = k$. Известно, что температура в состоянии 3 равна температуре в состоянии 1. Определить эту температуру.



$$\left[T_1 = \frac{Ak}{\nu R(1-k)} \right]$$

20. Одноатомный идеальный газ в количестве 1 моля находится в закрытом сосуде при температуре 27°C . Какое количество теплоты надо сообщить газу, чтобы его давление повысилось в 3 раза.

$$\left[Q = \frac{3}{2} \nu R T_1 (n-1) = 7479 \text{ Дж} \right]$$

21. Некоторый газ расширяется от объема $V_1 = 1$ л до объема $V_2 = 11$ л. Давление при этом меняется по закону $p = a \cdot V$, где $a = 4^{-10}$ Па/м³. Найти работу A совершенную газом.

$$\left[A = \frac{a}{2} (V_2^2 - V_1^2) = 0,24 \text{ Дж} \right]$$

22. Считая известной молярную теплоемкость газа при постоянном объеме c_V , вывести формулы для величины молярной теплоемкости идеального газа для процессов, описываемых законами:

a) $V = aT^2$;

b) $p = aV$.

В этих формулах p , V , T – давление, объем и температура (по абсолютной шкале) газа соответственно; a – некоторая изначально заданная константа.

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } c = c_V + 2R \\ \text{б) } c = c_V + \frac{R}{2} \end{array} \right]$$

23. В результате политропического процесса сжатия идеального газа его объем уменьшился в k раз, а работа, совершенная над газом, $A = 2\Delta U$, где ΔU – приращение его внутренней энергии. Найти приращение энтропии газа в этом процессе.

$$\left[\Delta S = \nu R \left(\frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{k^{n-1} - 1}{3(I-n)} \right) - \ln k \right) \right]$$

24. Один моль идеального одноатомного газа участвует в термодинамическом процессе, для которого его теплоемкость меняется по закону $C = \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 R$, где $T_0 = 300\text{K}$. При какой температуре объем газа будет максимальным?

$$\left[T = \sqrt{\frac{2}{3}} T_0 \approx 245 \text{ K} \right]$$

25. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс по закону $p = p_0 - aV$, где p_0 и a – положительные постоянные, V – объем. При каком значении объема энтропия газа окажется максимальной?

$$\left[V = \frac{5p_0}{8a} \right]$$

26. Один моль идеального одноатомного газа участвует в термодинамическом процессе, для которого его теплоемкость меняется по закону $C = \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 R$, где $T_0 = 300\text{K}$. При какой температуре давление газа будет максимальным?

$$\left[T = T_0 \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 474 \text{ K} \right]$$

27. Идеальный газ переводят из состояния p_1, V_1 в состояние p_2, V_2 двумя разными способами. В первый раз переход совершается сначала по изобаре, а затем по изохоре, а во второй – сначала по изохоре, а затем по изобаре. Найти разность количеств теплоты ΔQ , выделившихся при этих переходах. При расчетах положить $p_1 = 8 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 4$ м³, $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_2 = 2$ м³.

$$\left[\Delta Q = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) = 8 \cdot 10^5 \text{ Дж} \right]$$

28. Одноатомный идеальный газ переводится из состояния $p_1 = 130$ кПа, $V_1 = 1$ л в состояние $p_2 = 10$ кПа, $V_2 = 2$ л по прямой, соединяющей точки (p_1, V_1) и (p_2, V_2) на pV - диаграмме. Затем газ переводится в состояние $p_3 = 20$ кПа, $V_3 = 3$ л по прямой, соединяющей точки (p_2, V_2) и (p_3, V_3) . Какое количество тепла ΔQ сообщено газу?

$$\left[\Delta Q = \frac{1}{2}(p_3(7V_3 - V_2) - p_1(7V_1 - V_2) + p_2(V_3 - V_1)) = -125 \text{ Дж} \right]$$

29. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с площадью сечения $S = 20 \text{ см}^2$ под подвижным поршнем массой $M = 4 \text{ кг}$ содержится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 1 \text{ м}$. Газу сообщили количество тепла $\Delta Q = 126 \text{ Дж}$. Во сколько раз α изменится среднеквадратичная скорость молекул газа? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$, ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$\left[\alpha = \sqrt{1 + \frac{2\Delta Q}{5h(p_0 S + Mg)}} = 1,1 \right]$$

30. Один моль идеального газа совершает процесс, при котором энтропия газа изменяется с температурой T по закону $S = aT + C_V \ln T$, где a – положительная постоянная, C_V – молярная теплоемкость данного газа при постоянном объеме. Найти, как зависит температура газа от его объема в этом процессе, если $T = T_0$ при $V = V_0$.

$$\left[T(V) = T_0 + \frac{R}{a} \ln \frac{V}{V_0} \right]$$

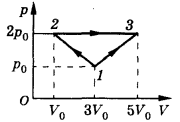
Физика. Молекулярная физика. Тепловые двигатели

1. Из-за несовершенства теплоизоляции холодильник получает от воздуха в комнате количество теплоты $Q = 420$ кДж за время $\tau = 1$ ч. Температура в комнате $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Какую минимальную мощность P должен потреблять холодильник от сети, чтобы поддерживать внутри холодильного шкафа температуру $t_2 = -5^\circ\text{C}$?

$$[P = 10,9 \text{ Вт}]$$

2. Найти КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в n раз. Показатель адиабаты рабочего вещества равен γ .

$$\left[\eta = 1 - n^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$



3. Найти КПД изображенного на рисунке цикла. Рабочее тело – идеальный одноатомный газ.

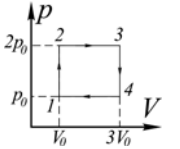
$$\left[\eta = 1 - \frac{18 p_0 V_0}{20 p_0 V_0} = 0,1 \right]$$

4. Холодильник, потребляющий мощность P , за время τ превратил воду в лед. Какое количество теплоты Q передал холодильник воздуху в комнате, если масса воды m , а ее начальная температура t ? Теплоемкостью самого холодильника можно пренебречь.

$$[Q_+ = cmt + \lambda m + P\tau]$$

5. Одноатомный идеальный газ совершает показанный на рисунке цикл из двух изохор и двух изобар. Определите КПД цикла.

$$\left[\eta = \frac{2 p_0 V_0}{11,5 p_0 V} = 17\% \right]$$



6. Газовая нагревательная колонка потребляет $V_0 = 1,2$ м³ метана (СН₄) в час. Найти температуру t подогретой воды, если вытекающая струя имеет скорость $u = 0,5$ м/с. Диаметр струи $d = 1,0$ см, начальная температура воды и газа $t_0 = 11^\circ\text{C}$. Газ в трубе находится под давлением $p = 1,2$ атм. КПД нагревателя $\eta = 0,6$.

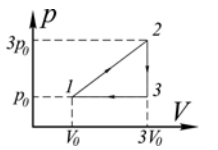
$$\left[t = t_0 + \frac{4\eta r V}{c \rho \pi d^2 u \tau} \right]$$

7. Холодная машина, работающая по обратному циклу Карно, должна поддерживать в камере температуру $t_2 = -10^\circ\text{C}$ при температуре окружающей среды $t_1 = 27^\circ\text{C}$. Какую работу надо совершить над рабочим веществом машины, чтобы отвести из камеры машины $Q = 140$ кДж тепла?

$$\left[A = Q \frac{T_1 - T_2}{T_2} = 19,7 \text{ кДж} \right]$$

8. Рабочим телом тепловой машины является одноатомный идеальный газ. Определите КПД тепловой машины, график цикла которой показан на рисунке.

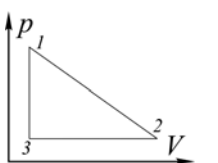
$$\left[\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{1}{14} \right]$$



9. Цикл, совершаемый идеальным одноатомным газом, состоит из изотермы, изобары и изохоры. Изотермический процесс происходит при максимальной температуре цикла $T = 400$ К. Известно, что в пределах цикла объем газа изменяется в 2 раза, т.е. $a = V_{\max}/V_{\min} = 2$. Вычислить работу газа за цикл и КПД цикла. Молярные теплоемкости газа $C_{\mu V} = 3/2R$ и $C_{\mu p} = 5/2R$.

$$\left[\begin{aligned} A &= \frac{\nu RT (2 \ln 2 - 1)}{2} = 642 \text{ Дж} \\ \eta &= \frac{2 \ln 2 - 1}{1 + 2 \ln 2} = 0,162 \end{aligned} \right]$$

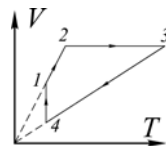
10. Над идеальным газом совершают циклический процесс 1–2–3–1, график которого показан на рисунке. Работа при сжатии (участок графика 2–3) равна A_1 . Объем газа в ходе цикла изменяется в 4 раза. Процесс расширения (участок графика 1–2) происходит так, что давление зависит от объема по линейному закону, а состояния 1 и 2 соответствуют одной и той же температуре. Определить работу газа в ходе цикла.



$$\left[A = \frac{3A_1}{2} \right]$$

11. Над рабочим веществом тепловой машины совершают цикл, который может быть представлен двумя изобарами (давление p_1 и p_2) и двумя изохорами (объемы V_1 и V_2). Найти КПД цикла, если рабочим веществом является идеальный одноатомный газ

$$\left[\eta = \frac{2(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{5p_2V_2 - 2p_2V_1 - 3p_1V_1} \right]$$

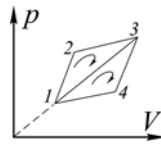


12. В круговом процессе (см. рис.) участвует $\nu = 1,5$ моля идеального газа. Направление процесса указано стрелками. Найти работу, совершенную газом за цикл, если на участке 1-2 он отдает холодильнику количество теплоты $Q = 2740$ Дж. Температуры в состоянии 3 и 4 соответственно $T_3 = 600$ К и $T_4 = 300$ К.

$$\left[A = \frac{2}{5} Q_{12} + \nu R(T_4 - T_3) + \nu RT_4 \ln \left(\frac{T_3}{T_4 + \frac{2}{5} \frac{Q_{12}}{\nu R}} \right) \approx -1013 \text{ Дж} \right]$$

13. Во сколько раз максимально возможный коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания выше, чем максимально возможный КПД паровой машины, работающей на перегретом паре при температуре $t_1 = 300^\circ\text{C}$, если температура газов в цилиндре двигателя достигает $t_2 = 1000^\circ\text{C}$. Отработанные газ и пар имеют одинаковую температуру $t = 220^\circ\text{C}$.

$$\left[n = \frac{(T_2 - T)T_1}{(T_1 - T)T_2} \approx 4,39 \right]$$



14. КПД цикла 1-2-3-1 (см. рисунок) равен η_1 , а КПД цикла 1-3-4-1 равен η_2 . Определите КПД η цикла 1-2-3-4-1.

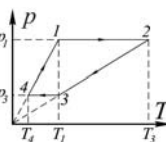
$$\left[\eta = \eta_2 + \eta_1 - \eta_2\eta_1 \right]$$

15. Тепловая машина (с идеальным газом в качестве рабочего тела) работает по циклу Карно, т. е. имеет максимально возможный КПД. Температура нагревателя $T_1 = 600$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Работа, совершаемая газом при изотермическом расширении, $A_2 = 200$ Дж. Найти КПД цикла и теплоту, которая отдается холодильнику за один цикл.

$$\left[\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 50\% \right]$$

$$\left[Q_- = Q_+ (1 - \eta) = 100 \text{ Дж} \right]$$

16. С одним киломолем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, изображенный на рисунке в координатах p, T . На участке 1-2: $p = p_2 = \text{const}$; на 2-3: $p = aT$, $a = \text{const}$; на 3-4: $p = p_3 = \text{const}$; на 4-1: $p = bT$, $b = \text{const}$ ($b > a$). Известна температура T_4 . Найти работу, совершаемую газом за один цикл. Известно, что $p_1 = 2p_3$, $T_3 = T_1 = 4T_4$, $T_2 = 4T_1$.

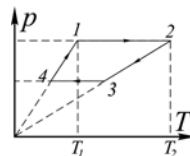


$$\left[A = 7\nu RT_4 \right]$$

17. С одноатомным идеальным газом совершается циклический процесс. Из начального состояния $p_1 = 1,6$ МПа и $V_1 = 2$ л газ расширяется при постоянном давлении до объема $V_2 = 16$ л. Затем при постоянном объеме V_2 давление газа уменьшается до величины $p_2 = 50$ кПа, что из состояния p_2, V_2 газ приводится в начальное состояние адиабатическим сжатием. Найти работу A , совершенную газом за цикл и его КПД.

$$\left[Q = 4\pi\sigma R^2 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \approx 3,67 \text{ мДж} \right]$$

18. С массой $m = 80$ г идеального газа, молярная масса которого $M = 28$ г/моль, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Какую работу A совершает такой двигатель за один цикл? Найти КПД цикла. Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль·К), $T_1 = 300$ К, $T_2 = 1000$ К. При нагревании на участке 4-1 давление газа увеличивается в 2 раза.



$$\left[\begin{aligned} A &= \frac{m}{M} RT_1 \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 8,3 \text{ кДж} \\ \eta &= \frac{\left(1 - \frac{1}{n} \right) (T_2 - T_1)}{\frac{5}{2} T_2 - T_1 \left(1 + \frac{1}{n} \right)} \approx 17\% \end{aligned} \right]$$

19. Идеальная тепловая машина имеет температуру нагревателя $T_1 = 400 \text{ K}$, а температуру холодильника $T_2 = 300 \text{ K}$. Какую мощность N развивает эта машина, если расход топлива составляет $m = 10^{-3} \text{ кг/с}$, а его удельная теплота сгорания $q = 4 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$?

$$\left[N = qm \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 10 \text{ кВт} \right]$$

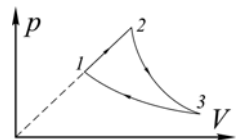
20. Какую максимальную работу может произвести тепловая машина, если в качестве нагревателя используется кусок железа массы $m = 100 \text{ кг}$ с начальной температурой $T_{10} = 1500 \text{ K}$, а в качестве холодильника – вода океана с температурой $T_2 = 285 \text{ K}$?

$$\left[A_{\max} = cm \left(T_1 - T_2 - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2} \right) \approx 3,41 \cdot 10^7 \text{ Дж} \right]$$

21. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в $n = 1,6$ раз больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу $A = 12 \text{ кДж}$. Какая работа затрачивается на изотермическое сжатие рабочего вещества?

$$\left[A_{34} = 20 \text{ кДж} \right]$$

22. С одним молем идеального одноатомного газа проводят цикл, показанный на рисунке. На участке 1–2 объем газа увеличивается в $m = 2$ раза. Процесс 2–3 – адиабатическое расширение, процесс 3–1 – изотермическое сжатие при температуре $T_0 = 300 \text{ K}$. Найти работу A , совершаемую газом на участке 2–3 и КПД цикла.

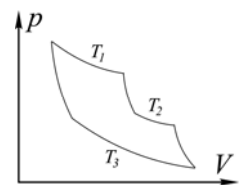


$$\left[\begin{aligned} A_{23} &= \frac{3}{2} \nu RT_0 (m^2 - 1) \approx 11,22 \cdot 10^3 \text{ Дж} \\ \eta &= 1 - \frac{(\gamma + 1) \ln m}{2(\gamma - 1)(m^2 - 1)} \approx 88,4\% \end{aligned} \right]$$

23. Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с кипящей водой при температуре $T_1 = 100^\circ\text{C}$, а в качестве холодильника – сосуд со льдом при $T_2 = 0^\circ\text{C}$. Какая масса льда растает при совершении машиной работы, равной $A = 10^6 \text{ Дж}$? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.

$$\left[m = \frac{A}{\lambda} \frac{T_2}{T_1 - T_2} \approx 8,27 \text{ кг} \right]$$

24. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из чередующихся изотерм и адиабат (см. рис.). Температуры, при которых происходят изотермические процессы, равны T_1 , T_2 и T_3 . Найти КПД такого цикла, если при каждом изотермическом расширении объем газа увеличивается в одно и то же число раз.



$$\left[\eta = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2} \right]$$

25. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в $n = 1,6$ раз больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу $A = 12 \text{ кДж}$. Какая работа затрачивается на изотермическое сжатие рабочего вещества?

$$\left[A_{41} = A \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 20 \text{ кДж} \right]$$

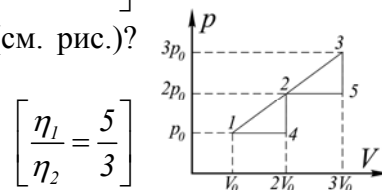
26. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД такого цикла, если температура T газа возрастает в n раз как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении.

$$\left[\eta = 1 - \frac{1 + n\gamma}{n + \gamma} \right]$$

27. Идеальная тепловая машина, работающая по обратному циклу, получает тепло от холодильника с водой при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$ и передает тепло кипятивильнику с водой при $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Сколько воды надо заморозить, чтобы испарить $m = 1$ кг воды?

$$\left[m_1 = m \frac{L T_1}{\lambda T_2} \approx 4,95 \text{ кг} \right]$$

28. Во сколько раз КПД цикла $1-2-4-1$ больше КПД цикла $2-3-5-2$ (см. рис.)? Рабочее тело – идеальный одноатомный газ.



$$\left[\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{5}{3} \right]$$

29. После переделки тепловой машины периодического действия ее мощность увеличилась на $\alpha = 10\%$. Причем энергия, получаемая от нагревателя не изменилась, а отдаваемая холодильнику уменьшилась на $\beta = 15\%$. На сколько изменился КПД машины?

$$\left[\Delta\eta = 0,15(1 - \eta_1) \right]$$

30. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти КПД цикла, если при адиабатическом процессе объем идеального газа:

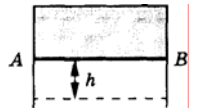
- а) увеличивается в n раз;
- б) уменьшается в n раз.

$$\left[\begin{array}{l} \text{а) } \eta = 1 - \frac{5(n-1)}{3(n^\gamma - 1)} \\ \text{б) } \eta = 1 - \frac{3n(n^\gamma - 1)}{5n^\gamma(n-1)} \end{array} \right]$$

1. Обычная швейная игла имеет длину $l = 3,5$ см и массу $m = 0,1$ г. Будет ли игла лежать на поверхности воды, если ее положить аккуратно? Поверхностное натяжение воды $\sigma = 73$ мН/м.

[игла не утонет]

2. С какой силой действует мыльная пленка на проволоку АВ (см. рис.), если длина проволоки $l = 3$ см? На сколько изменится поверхностная энергия пленки при перемещении проволоки на $d = 2$ см? Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0,04$ Н/м.



$$\begin{cases} \Delta E = 2\sigma hl = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \\ F = -2\sigma l = -2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \end{cases}$$

3. Для определения коэффициента поверхностного натяжения воды была использована пипетка с диаметром выходного отверстия $d = 2$ мм. Оказалось, что $n = 40$ капель имеют массу $m = 1,9$ г. Каким по этим данным получится коэффициент поверхностного натяжения σ ?

$$\left[\sigma = \frac{mg}{\pi nd} = 7,56 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} \right]$$

4. Из капельницы накапали равные массы сначала холодной воды при температуре $t_1 = 8^\circ\text{C}$, затем горячей воды при температуре $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Как и во сколько раз изменился коэффициент поверхностного натяжения воды, если в первом случае образовалось $n_1 = 40$, а во втором $n_2 = 48$ капель?

$$\left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{n_2}{n_1} = 1,2 \right]$$

5. В капиллярной трубке радиусом $R = 0,5$ мм жидкость поднялась на высоту $h = 11$ мм. Оценить плотность данной жидкости, если ее коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 22$ мН/м.

$$\left[\rho = \frac{2\sigma}{Rgh} = 816 \text{ кг/м}^3 \right]$$

6. В дне сосуда со ртутью имеется круглое отверстие диаметром $d = 70$ мкм. При какой максимальной высоте слоя ртути h она еще не будет вытекать через отверстие?

$$\left[h = \frac{4\sigma}{d\rho g} \right]$$

7. В закрытом сосуде с воздухом при давлении p_0 находится мыльный пузырек диаметром d . Давление воздуха в сосуде изотермически уменьшили в n раз, в результате чего диаметр пузырька увеличился в η раз. Найти коэффициент поверхностного натяжения σ мыльной воды.

$$\left[\sigma = \frac{p_0 d}{8} \frac{n - \eta^3}{n(\eta^2 - 1)} \right]$$

8. Найти давление в пузырьке воздуха диаметром $d = 4$ мкм, который находится в воде на глубине $h = 5$ м. Атмосферное давление нормальное.

$$\left[p = 2,23 \cdot 10^5 \text{ Па} \right]$$

9. Вертикальный капилляр длиной l с запаянным верхним концом привели в соприкосновение с поверхностью жидкости, после чего она поднялась на высоту H . Плотность жидкости ρ , диаметр внутреннего канала капилляра d , атмосферное давление p_0 . Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ , считая смачивание полным.

$$\left[\sigma = \frac{d}{4} \left(\rho g H + p_0 \frac{H}{l - H} \right) \right]$$

10. На поверхности жидкости плавает погруженная на глубину h шайба радиусом R и высотой $2h$, не смачиваемая жидкостью. Плотность жидкости и шайбы одинакова и равна ρ . Поверхность жидкости соприкасается с боковой поверхностью шайбы. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ .

$$\left[\sigma = \frac{1}{2} \rho R h g \right]$$

11. Оценить, каким должно быть ускорение свободного падения g на планете, чтобы человек мог ходить по воде в обуви с не смачиваемыми водой подошвами.

$$\left[g \leq \frac{\sigma d}{m} \right]$$

12. Ртутный барометр имеет диаметр трубки $d = 3 \text{ мм}$. Какую поправку x в показания барометра надо внести, если учитывать капиллярное опускание ртути? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 5 \cdot 10 \text{ мН/м}$.

$$\left[x = \frac{4\sigma}{d\rho g} \approx 4,9 \text{ мм} \right]$$

13. В двух капиллярных трубках разного диаметра, опущенных в воду, установилась разность уровней $\Delta h_1 = 2,6 \text{ см}$. При опускании этих же трубок в спирт разность уровней оказалась $\Delta h_2 = 1 \text{ см}$. Зная коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma_1 = 73 \text{ мН/м}$, найти коэффициент поверхностного натяжения спирта σ_2 .

$$\left[\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\Delta h_2 \rho_{\text{сп}}}{\Delta h_1 \rho_{\text{в}}} = 22 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} \right]$$

14. На какую высоту h поднимается вода между параллельными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 0,2 \text{ мм}$ друг от друга? Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 73 \text{ мН/м}$.

$$\left[h = \frac{2\sigma}{d\rho g} \approx 74,5 \text{ м} \right]$$

15. Капля ртути массой $m = 2 \text{ г}$ введена между параллельными стеклянными пластинами. Какую силу следует приложить, чтобы расплющить каплю до толщины $d = 0,1 \text{ мм}$? Считать, что ртуть не смачивает стекло.

$$\left[F = \sigma \left(\frac{2}{d} + \sqrt{\frac{\pi d \rho}{m}} \right) \frac{m}{d\rho} \approx 14,4 \text{ м} \right]$$

16. Какую работу A надо совершить, чтобы надуть изотермически мыльный пузырь радиусом $R = 4 \text{ см}$? Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 40 \text{ мН/м}$. Давление окружающего воздуха $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

$$\left[A = 8\sigma\pi R^2 + 2 \left(p_0 + \frac{4\sigma}{R} \right) \pi R^3 \approx 40,2 \text{ Дж} \right]$$

17. Какая энергия освобождается при слиянии мелких водяных капель радиусом $r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ в одну каплю радиусом $R = 2 \text{ мм}$? Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 73 \text{ мН/м}$.

$$\left[Q = 4\pi\sigma R^2 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \approx 3,67 \text{ мДж} \right]$$

18. В городе площадью $S = 400 \text{ км}^2$ за $t = 10 \text{ мин}$ во время ливневого дождя выпало $h = 20 \text{ мм}$ воды. Подсчитать энергию и мощность тепловыделения от слияния капель во время дождя, если капли, достигшие поверхности Земли, имели диаметр $D = 3 \text{ мм}$, а образовались из мелких капель диаметром $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$.

$$\left[E = \frac{32Sh\sigma}{3} \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) \approx -2,074 \cdot 10^{12} \text{ Дж} \right]$$

$$\left[N = \frac{E}{t} \approx 3,457 \cdot 10^9 \text{ Вт} \right]$$

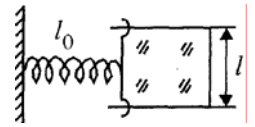
19. С какой минимальной высоты надо уронить каплю жидкости сферической формы на не смачиваемую поверхность, чтобы она разбилась на N одинаковых капель? Считать, что образующиеся капли имеют также сферическую форму. Радиус «большой» капли – R , плотность жидкости – ρ , коэффициент поверхностного натяжения – σ .

$$\left[H = \frac{3\sigma}{2\rho\pi R^4 g} \left(N^{\frac{4}{3}} - 1 \right) \right]$$

20. Оцените размер капель воды, вытекающих из трубки диаметром $D = 2 \text{ мм}$. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 73 \text{ мН/м}$. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$\left[R = \sqrt[3]{\frac{3\sigma D}{4\rho g}} \approx 2,22 \text{ мм} \right]$$

21. Подвижную перемычку прямоугольной рамки, на которую натянута пленка мыльной воды, удерживают и соединяют с недеформированной пружиной длиной l_0 . Второй конец пружины жестко закреплен. Жесткость пружины – k , коэффициент поверхностного натяжения – σ , ширина рамки – l . Перемычку отпускают. Какое количество тепла выделится или поглотится при движении перемычки, если все тела можно считать невесомыми? Перемычка движется без трения. Рамка – неподвижна.



$$\left[Q = \frac{\sigma^2 l^2}{2k} \right]$$

22. При какой максимальной относительной влажности воздуха r в комнате бутылка молока, взятая из холодильника, не будет запотевать? Температура в холодильнике $t_1 = 5^\circ\text{C}$, а в комнате – $t_2 = 25^\circ\text{C}$. Давление насыщенных паров воды при 5°C составляет $p_{n,5^\circ\text{C}} = 886 \text{ Па}$, а при 25°C – $p_{n,25^\circ\text{C}} = 3192 \text{ Па}$.

$$\left[r < \frac{p_{n,5^\circ\text{C}}}{p_{n,25^\circ\text{C}}} = 28\% \right]$$

23. Сухой и влажный воздух при одинаковой температуре $t = 27^\circ\text{C}$ и одинаковом давлении занимают одинаковый объем $V = 1 \text{ м}^3$. Определите, на сколько отличается масса сухого воздуха от массы влажного, относительная влажность которого $r = 60\%$. Давление насыщенных паров воды при 27°C составляет $p_{n,27^\circ\text{C}} = 26,74 \text{ мм.рт.ст.}$. Молярная масса сухого воздуха $M_в = 0,029 \text{ кг/моль}$, а водяного пара $M_п = 0,018 \text{ кг/моль}$.

$$\left[\Delta m = m_{\text{сух}} - m_{\text{вл}} = (M_в - M_п) \frac{r p_{n,27^\circ\text{C}} V}{RT} = 9,4 \text{ г} \right]$$

24. Проволочное кольцо радиусом $R = 6 \text{ см}$ и массой $m = 5 \text{ г}$ приведено в соприкосновение с поверхностью раствора медного купороса. Какое усилие надо приложить для отрыва кольца от поверхности раствора? Коэффициент поверхностного натяжения медного купороса $\sigma = 0,074 \text{ Н/м}$.

$$\left[F = mg + 2\pi\sigma R \approx 76,9 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \right]$$

25. Какую работу надо совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь радиусом $R = 4 \text{ см}$? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора $\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$.

$$\left[A = \frac{4\sigma}{R} = 4 \text{ Дж} \right]$$

26. Восемь шаровых капель ртути, диаметром $d = 1 \text{ мм}$ каждая, сливаются в одну каплю тоже шаровой формы. Сколько при этом выделится теплоты? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0,47 \text{ Н/м}$.

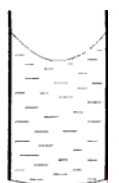
$$\left[Q = \sigma\pi d^2 \left(N^{\frac{2}{3}} - N \right) \approx -3,98 \text{ мкДж} \right]$$

27. Определите разность уровней ртути в двух сообщающихся капиллярах с диаметрами каналов $d_1 = 1 \text{ мм}$ и $d_2 = 2 \text{ мм}$. Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0,47 \text{ Н/м}$. Ртуть не смачивает стекло. Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) \approx 7,05 \cdot 10^{-3} \text{ м} \right]$$

28. Одно колено U – образной трубки имеет радиус $r_1 = 0,5 \text{ мм}$, а другое – $r_2 = 1 \text{ мм}$. Найти разность уровней воды в коленах. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 73 \text{ мН/м}$. Смачивание полное.

$$\left[\Delta h = \frac{2\sigma}{\rho g} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} = 73 \text{ мм} \right]$$



29. Найти радиус нижнего мениска в трубке с внутренним диаметром $d = 0,59 \text{ мм}$, если высота h столбика воды в нём равна: а) 2,5 см; б) 5 см; в) 10 см. Смачивание полное (см. рис.).

$$\left[\begin{array}{l} a) r_2 = \frac{2\sigma d}{\rho_g g h_a d - 4\sigma} \approx -5,96 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ \bar{b}) r_2 = \frac{2\sigma d}{\rho_g g h_b d - 4\sigma} \approx 28,7 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ в) r_2 = \frac{2\sigma d}{\rho_g g h_c d - 4\sigma} \approx 2,89 \cdot 10^{-4} \text{ м} \end{array} \right]$$

30. Капля ртути массой $m = 1 \text{ г}$ помещена между двумя параллельными стеклянными пластинами. С какой силой надо сжимать пластины, чтобы капля имела форму круглой лепёшки радиусом $r = 5 \text{ см}$? Идеальное не смачивание.

$$\left[F = \sigma \pi r^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{2\rho \pi r^2}{m} \right) \approx 822 \text{ Н} \right]$$