11. Вычислить массу материальной пластинки треугольной формы с вершинами O,A,B, поверхностная плотность которой в точке M равна δ.

предпоследняя цифра студенческого $n = 9$

последняя цифра студенческого $k = 9$

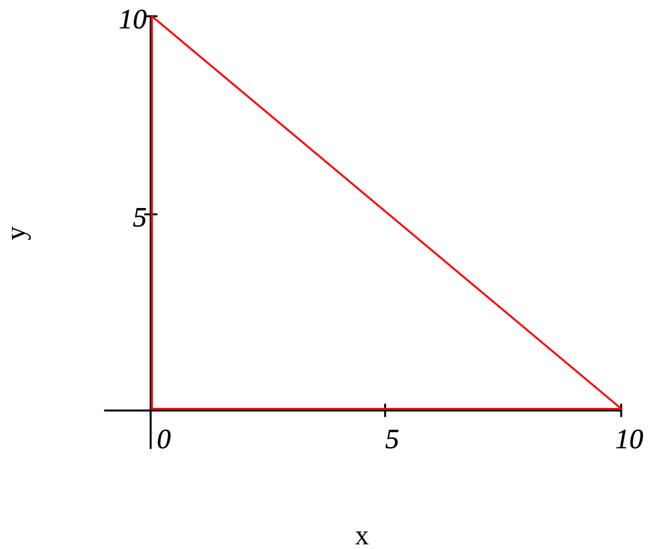
Получим координаты точек

O	(0 ; 0)
A	(10 ; 0)
B	(0 ; 10)

Закон распределения плотности вещевства пластинки

$$\delta(x,y) = x + y$$

Решение: изобразим пластинку на плоскости XOY:



Масса неоднородной пластинки выражается через двойной интеграл по формуле

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy$$

В нашем случае область D - треугольник OAB, $\delta(x,y) = x + y$

Запишем уравнение прямой AB, используя уравнение прямой в отрезках;

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{10} = 1 \qquad \text{откуда получим}$$

$y(x) = 10 - x$

область D *задается как решение системы неравенств* D:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le .\ 10 - x \end{cases}$$

Вычислим массу m*, переходя от двойного к повторному интегралу:*

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \int_0^{10-x} x + y\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \left(xy + \frac{y^2}{2} \right) \Bigg|_0^{10-x} =$$

$$= \int_0^{10} \frac{(10-x)^2}{2} + x(10-x)\quad dx = \int_0^{10} \frac{(x-10)^2}{2} - x(x-10)\,dx =$$

$$= 50x - \frac{x^3}{6} \Bigg|_0^{10} =$$

$$= 50 \times 10 - \frac{10^3}{6} - \left(50 \times 0 - \frac{0^3}{6} \right) = 333.333$$