11. Вычислить массу материальной пластинки треугольной формы с вершинами O,A,B, поверхностная плотность которой в точке M равна δ.

предпоследняя цифра студенческого $n = 9$

последняя цифра студенческого $k = 8$

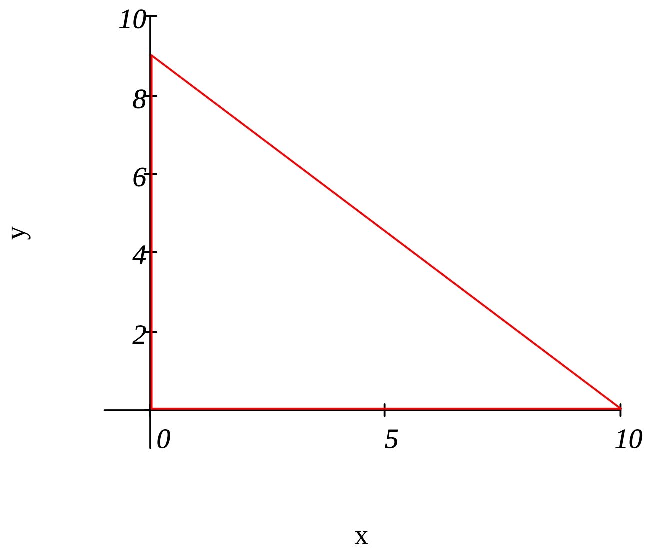
Получим координаты точек

O	(0 ; 0)
A	(10 ; 0)
B	(0 ; 9)

Закон распределения плотности вещевства пластинки

$$\delta(x,y) = x + y$$

Решение: изобразим пластинку на плоскости XOY:



Масса неоднородной пластинки выражается через двойной интеграл по формуле

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy$$

В нашем случае область D - треугольник OAB, $\delta(x,y) = x + y$

Запишем уравнение прямой AB, используя уравнение прямой в отрезках;

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{9} = 1 \qquad \text{откуда получим}$$

$$y(x) = 9 - \frac{9x}{10}$$

область D задается как решение системы неравенств D:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le .\ 9 - \dfrac{9x}{10} \end{cases}$$

Вычислим массу m, переходя от двойного к повторному интегралу:

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \int_0^{9-\frac{9x}{10}} x + y\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \left(xy + \frac{y^2}{2} \right) \Bigg|_0^{9-\frac{9x}{10}} =$$

$$= \int_0^{10} \frac{\left(9 - \frac{9x}{10}\right)^2}{2} + x\left(9 - \frac{9x}{10}\right) dx = \int_0^{10} \frac{\left(\frac{9x}{10} - 9\right)^2}{2} - x\left(\frac{9x}{10} - 9\right) dx =$$

$$= \frac{9x^2}{20} - \frac{33x^3}{200} + \frac{81x}{2} \Bigg|_0^{10} =$$

$$= \frac{9 \times 10^2}{20} - \frac{33 \times 10^3}{200} + \frac{81 \times 10}{2} - \left(\frac{9 \times 0^2}{20} - \frac{33 \times 0^3}{200} + \frac{81 \times 0}{2} \right) = 285$$