11. Вычислить массу материальной пластинки треугольной формы с вершинами O,A,B, поверхностная плотность которой в точке M равна δ.

предпоследняя цифра студенческого $n = 9$

последняя цифра студенческого $k = 6$

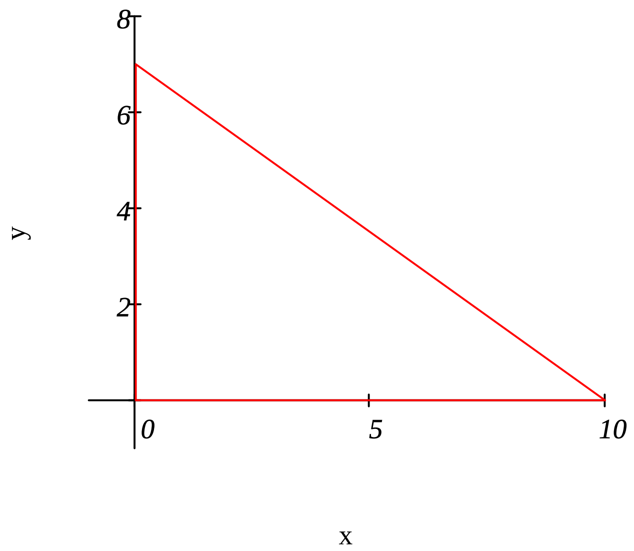
Получим координаты точек

O	(0 ; 0)
A	(10 ; 0)
B	(0 ; 7)

Закон распределения плотности вещевства пластинки

$\delta(x,y) = x + y$

Решение: изобразим пластинку на плоскости XOY:



Масса неоднородной пластинки выражается через двойной интеграл по формуле

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy$$

В нашем случае область D - треугольник OAB, $\delta(x,y) = x + y$

Запишем уравнение прямой AB, используя уравнение прямой в отрезках;

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{7} = 1$$ *откуда получим*

$$y(x) = 7 - \frac{7x}{10}$$

область D *задается как решение системы неравенств* D*:*

$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 7 - \frac{7x}{10} \end{cases}$$

Вычислим массу m*, переходя от двойного к повторному интегралу:*

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \int_0^{7-\frac{7x}{10}} x + y\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \left(xy + \frac{y^2}{2} \right) \Bigg|_0^{7-\frac{7x}{10}} =$$

$$= \int_0^{10} \frac{\left(7 - \frac{7x}{10}\right)^2}{2} + x\left(7 - \frac{7x}{10}\right) dx = \int_0^{10} \frac{\left(\frac{7x}{10} - 7\right)^2}{2} - x\left(\frac{7x}{10} - 7\right) dx =$$

$$= \frac{21x^2}{20} - \frac{91x^3}{600} + \frac{49x}{2} \Bigg|_0^{10} =$$

$$= \frac{21 \times 10^2}{20} - \frac{91 \times 10^3}{600} + \frac{49 \times 10}{2} - \left(\frac{21 \times 0^2}{20} - \frac{91 \times 0^3}{600} + \frac{49 \times 0}{2} \right) = 198.333$$