

$$\text{ЦНВ1} = 5 \quad \text{ЦНВ2} = 1 \quad \text{ЦНВ3} = 5 \quad \text{ЦНВ4} = 5$$

$$a = 1.4 \cdot \text{м}$$

$$q = 15 \cdot 10^3 = 1.5 \times 10^4 \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$P = q \cdot a = 15 \cdot 10^3 \cdot 1.4 = 2.1 \times 10^4 \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$M = 3.5 \cdot q \cdot a^2 = 3.5 \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1.4^2 = 1.029 \times 10^5 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}$$

$$n = 3.6$$

Изгибающие моменты, Н*м

$$M_d = 102900$$

Сосредоточенные силы, Н

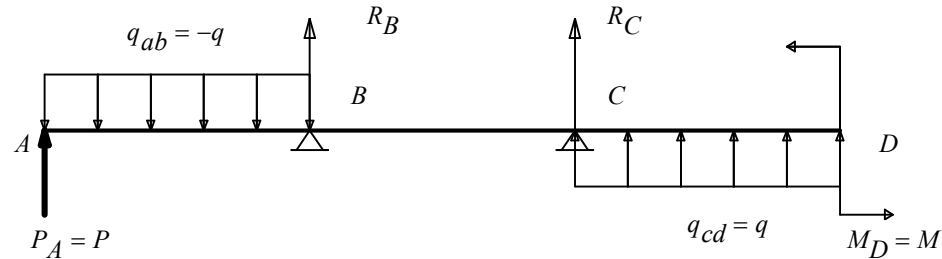
$$P_a = 21000$$

Распределенные нагрузки, Н/м

$$q_{ab} = -15000 \quad q_{cd} = 15000$$

Длины участков, м

$$l_{ab} = 1.4 \quad l_{bc} = 1.4 \quad l_{cd} = 1.4$$



Решение: Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма моментов относительно опоры B равна 0

$$\sum M_B = 0$$

$$\frac{q_{ab} \cdot l_{ab}^2}{2} - P_a \cdot l_{ab} + M_d + R_c \cdot l_{bc} + l_{cd} \cdot q_{cd} \left(l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2} \right) = 0$$

$$R_c = - \frac{\frac{q_{ab} \cdot l_{ab}^2}{2} - P_a \cdot l_{ab} + M_d + l_{cd} \cdot q_{cd} \left(l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2} \right)}{l_{bc}}$$

$$R_c = -\frac{\frac{15000 \cdot 1.4^2}{2} - 21000 \cdot 1.4 + 102900 + 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(1.4 + \frac{1.4}{2}\right)}{1.4}$$

$$R_c = -94500.0 = -9.45 \times 10^4 \cdot H$$

Сумма моментов относительно опоры С равна 0

$$\Sigma M_c = 0 \quad \frac{q_{cd} l_{cd}^2}{2} + M_d - P_a \cdot (l_{ab} + l_{bc}) - R_b \cdot l_{bc} + l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc}\right) = 0$$

$$R_b = \frac{\frac{q_{cd} l_{cd}^2}{2} + M_d - P_a \cdot (l_{ab} + l_{bc}) + l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc}\right)}{l_{bc}}$$

$$R_b = \frac{\frac{15000 \cdot 1.4^2}{2} + 102900 - 21000 \cdot (1.4 + 1.4) + 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 1.4\right)}{1.4}$$

$$R_b = 73500.0 = 7.35 \times 10^4 \cdot H$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma Y = P_a + R_b + R_c - l_{ab} \cdot q_{ab} + l_{cd} q_{cd} = 0$$

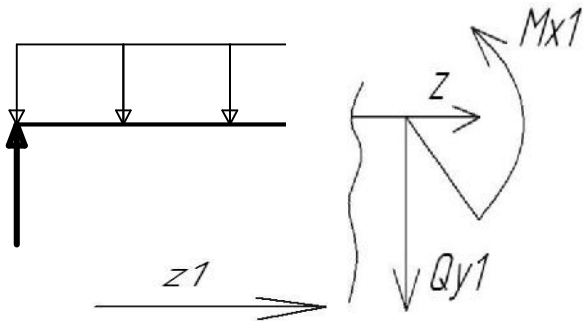
$$\Sigma Y = 21000 + R_b + R_c - 1.4 \cdot 15000 + 1.4 \cdot 15000 = 0$$

$$\Sigma Y = 21000 + 1.4 \cdot 15000 - 1.4 \cdot 15000 + 73500 + -94500 = 0$$

Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \leq z_1 \leq l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{Ix} = P_a \cdot z_1 - \frac{q_{ab} \cdot z_1^2}{2}$$

$$Q_{Iy} = P_a - q_{ab} \cdot z_1$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{Ix} = 21000 \cdot 0 - \frac{15000 \cdot 0^2}{2} = 0 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}$$

$$Q_{Iy} = 21000 - 15000 \cdot 0 = 2.1 \times 10^4 \cdot \text{Н}$$

при $z_1 = \frac{l_{ab}}{2} = 0.7 \cdot \text{м}$

$$M'_{Ix} = 21000 \cdot 0.7 - \frac{15000 \cdot 0.7^2}{2} = 1.102 \times 10^4 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}$$

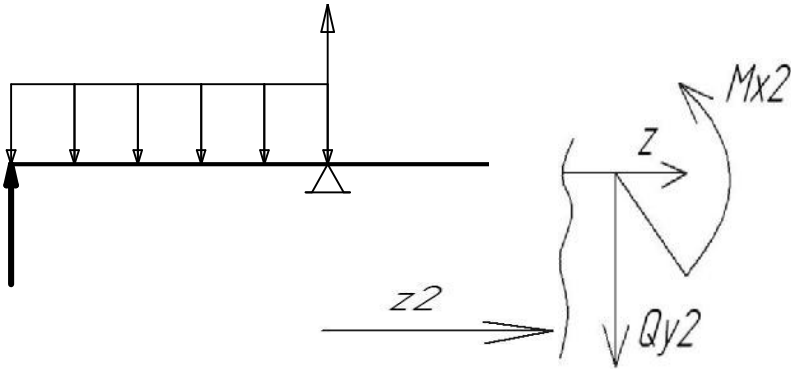
$$Q'_{Iy} = 21000 - 15000 \cdot 0.7 = 1.05 \times 10^4 \cdot \text{Н}$$

при $z_1 = l_{ab} = 1.4 \cdot \text{м}$

$$M''_{Ix} = 21000 \cdot 1.4 - \frac{15000 \cdot 1.4^2}{2} = 1.47 \times 10^4 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}$$

$$Q''_{Iy} = 21000 - 15000 \cdot 1.4 = 0 \cdot \text{Н}$$

2 участок $0 \leq z_2 \leq l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = (l_{ab} + z_2) \cdot P_a + R_b \cdot z_2 - l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + z_2 \right)$$

$$Q_{2y} = P_a + R_b - l_{ab} \cdot q_{ab}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = (1.4 + 0) \cdot 21000 + 73500 \cdot 0 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 0 \right) = 1.47 \times 10^4 \cdot \text{H} \cdot \text{м}$$

$$Q_{2y} = 21000 + 73500 - 1.4 \cdot 15000 = 7.35 \times 10^4 \cdot \text{H}$$

при $z_2 = \frac{l_{bc}}{2} = 0.7 \cdot \text{м}$

$$M'_{2x} = (1.4 + 0.7) \cdot 21000 + 73500 \cdot 0.7 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 0.7 \right) = 6.615 \times 10^4 \cdot \text{H} \cdot \text{м}$$

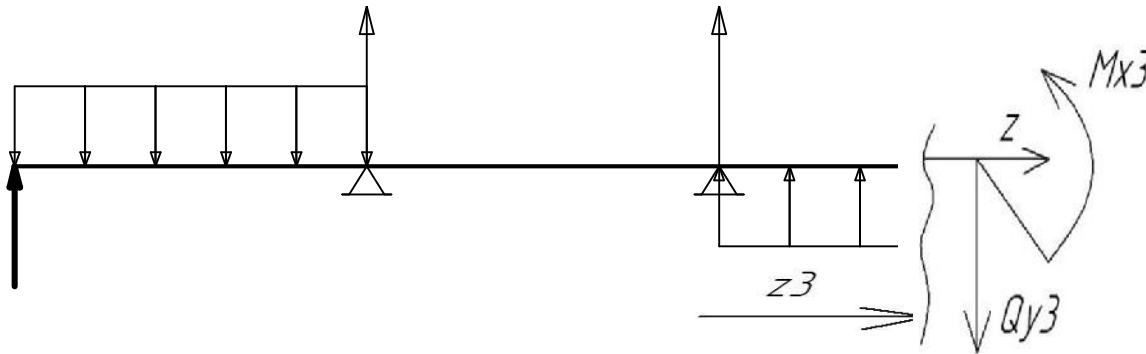
$$Q'_{2y} = 21000 + 73500 - 1.4 \cdot 15000 = 7.35 \times 10^4 \cdot \text{H}$$

при $z_2 = l_{bc} = 1.4 \cdot \text{м}$

$$M''_{2x} = (1.4 + 1.4) \cdot 21000 + 73500 \cdot 1.4 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 1.4 \right) = 1.176 \times 10^5 \cdot \text{H} \cdot \text{м}$$

$$Q''_{2y} = 21000 + 73500 - 1.4 \cdot 15000 = 7.35 \times 10^4 \cdot H$$

3 участок $0 \leq z_3 \leq l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3x} = (l_{ab} + l_{bc} + z_3) \cdot P_a + \frac{q_{cd} z_3^2}{2} + R_b \cdot (l_{bc} + z_3) + R_c \cdot z_3 - l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} + z_3 \right)$$

$$Q_{3y} = P_a + R_b + R_c - l_{ab} \cdot q_{ab} + q_{cd} z_3$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = (1.4 + 1.4 + 0) \cdot 21000 + \frac{15000 \cdot 0^2}{2} + 73500 \cdot (1.4 + 0) + -94500 \cdot 0 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 1.4 + 0 \right) = 1.176 \times 10^5 \cdot H \cdot m$$

$$Q_{3y} = 21000 + 73500 + -94500 - 1.4 \cdot 15000 + 15000 \cdot 0 = -2.1 \times 10^4 \cdot H$$

при $z_3 = \frac{l_{cd}}{2} = 0.7 \cdot m$

$$M'_{3x} = (1.4 + 1.4 + 0.7) \cdot 21000 + \frac{15000 \cdot 0.7^2}{2} + 73500 \cdot (1.4 + 0.7) + -94500 \cdot 0.7 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 1.4 + 0.7 \right) = 1.066 \times 10^5 \cdot H \cdot m$$

$$Q'_{3y} = 21000 + 73500 + -94500 - 1.4 \cdot 15000 + 15000 \cdot 0.7 = -1.05 \times 10^4 \cdot H$$

при $z_3 = l_{cd} = 1.4 \cdot m$

$$M''_{3x} = (1.4 + 1.4 + 1.4) \cdot 21000 + \frac{15000 \cdot 1.4^2}{2} + 73500 \cdot (1.4 + 1.4) + -94500 \cdot 1.4 - 1.4 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.4}{2} + 1.4 + 1.4 \right) = 1.029 \times 10^5 \cdot H \cdot m$$

$$Q''_{3y} = 21000 + 73500 + -94500 - 1.4 \cdot 15000 + 15000 \cdot 1.4 = 0 \cdot H$$

По условию прочности подбираем рациональный профиль из семи заданных ниже форм

Допустимое нормальное напряжение

$$I\sigma I = \frac{\sigma_T \cdot 10^6}{n} = \frac{270 \cdot 10^6}{3.6} = 7.5 \times 10^7 \cdot Pa$$

Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq I\sigma I$$

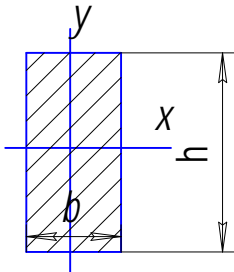
тогда расчетный осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x = \frac{|M_{max}|}{I\sigma I} = \frac{|117600.0|}{0.75 \cdot 10^8} = 0.00157 = 1.57 \times 10^{-3} \cdot m^3$$

$$W_x = 1.569 \times 10^3 \cdot cm^3$$

Определяем размеры наиболее распространенных балок

а) прямоугольник



$$h = 2 \cdot b$$

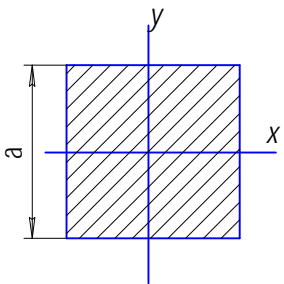
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1569.0}{2}} = 13.3 = 13.3 \cdot cm$$

$$h = 2 \cdot b = 2 \cdot 13.3 = 26.6 \cdot cm$$

$$F_1 = h \cdot b = 26.6 \cdot 13.3 = 354.0 = 354 \cdot \text{см}^2$$

б) квадрат

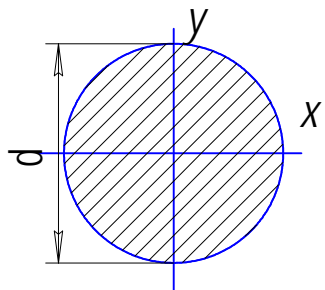


$$W_x = \frac{a^3}{6}$$

$$a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 1569.0} = 21.1 = 21.1 \cdot \text{см}$$

$$F_2 = a^2 = 21.1^2 = 445.0 = 445 \cdot \text{см}^2$$

в) круг

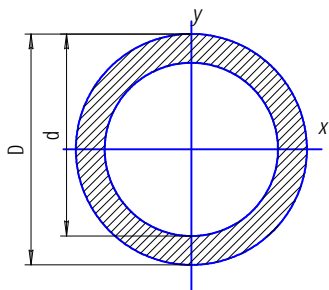


$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1569.0}{3.14}} = 25.2 = 25.2 \cdot \text{см}$$

$$F_3 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25.2^2}{4} = 499.0 = 499 \cdot \text{см}^2$$

г) кольцо



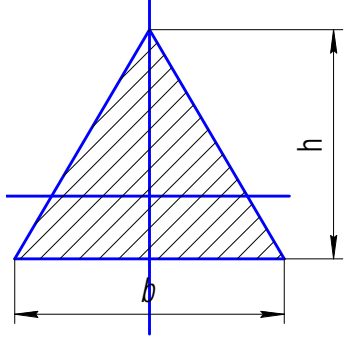
$$D = 2 \cdot d \quad \alpha = \frac{d}{D} = 0.5 \quad \alpha = 0.5$$

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14 \cdot (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1569.0}{3.14 \cdot (1 - 0.5^4)}} = 25.7 = 25.7 \cdot \text{см}$$

$$F_4 = \frac{\pi}{4} \left[D^2 - \left(\frac{D}{2} \right)^2 \right] = \frac{\pi}{4} \left[25.7^2 - \left(\frac{25.7}{2} \right)^2 \right] = 389.0 = 389 \cdot \text{см}^2$$

д) треугольник



при вычислении напряжения в вершине треугольника

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{24}$$

пусть $b = h$

$$W_x = \frac{b^3}{24} \quad \text{тогда}$$

$$b = \sqrt[3]{24 \cdot W_x} = \sqrt[3]{24 \cdot 1569.0} = 33.5 = 33.5 \text{ см}$$

$$h = b = 33.5 \text{ см}$$

$$F_5 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{33.5 \cdot 33.5}{2} = 561.0 = 561 \text{ см}^2$$

е) швеллер

При требуемом моменте сопротивления

$$W_x = 1.569 \times 10^3 \text{ см}^3$$

Выберем:

Номер швеллера - 36

момент сопротивления швеллера $W_{x,sv} = 601 \text{ см}^3$

момент инерции $J_6 = 1.082 \times 10^4 \text{ см}^4$

число швеллеров - три

Площадь одного швеллера $F_6 = 53.4 \text{ см}^2$

ж) двутавр

Выберем:

Номер двутавра 50

момент сопротивления двутавра $W_{x7} = 1.57 \times 10^3 \text{ см}^3$

момент инерции двутавра $J_7 = 3.929 \times 10^4 \text{ см}^4$

один

число двутавров *один*

Площадь одного двутавра $F_7 = 97.8 \cdot \text{см}^2$

Очевидно, что самое оптимальное сечение у *двутавра*

который имеет минимальное значение совокупной площади поперечного сечения

тогда $J_x = 3.929 \times 10^4 \cdot \text{см}^4$ или $J_{x'} = 3.929 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^4$

Оцениваем материалоемкость балок с подобранными сечениями, принимая площадь наименьшего сечения за 100%

$$\frac{F_1}{F_{min}} = \frac{354}{97.8} = 361.963\% \qquad \frac{F_4}{F_{min}} = \frac{389}{97.8} = 397.751\%$$

$$\frac{F_2}{F_{min}} = \frac{445}{97.8} = 455.01\% \qquad \frac{F_5}{F_{min}} = \frac{561}{97.8} = 573.62\%$$

$$\frac{F_3}{F_{min}} = \frac{499}{97.8} = 510.225\% \qquad \frac{F_6}{F_{min}} = \frac{160.0}{97.8} = 163.599\%$$

$$\frac{F_7}{F_{min}} = \frac{97.8}{97.8} = 100\%$$

Для выбранной балки вычисляем максимальное рабочее напряжение

$$\max \sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x \cdot 10^{-6}} = \frac{|117600.0|}{1570 \cdot 10^{-6}} = 7.49 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

которое меньше допускаемого напряжения на

$$\Delta = \frac{\max \sigma_{max} - I \sigma I}{I \sigma I} = \frac{0.749 \cdot 10^8 - 0.75 \cdot 10^8}{0.75 \cdot 10^8} = -0.00133 = -0.133\%$$

Наибольшие касательные напряжения возникают в точках нейтральной линии опасного сечения балки, где

$|Q_{max}| = 7.35 \times 10^4$ Предварительно по таблицам сортамента для *двутавра* находим

$$J_{x'} = 3.929 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^4 \quad S_{xmax} = 9.05 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^3$$

проверяем прочность балки по касательным напряжениям $\tau_{max} = \left| \frac{Q_{max} \cdot S_{xmax}}{J_{x'} \cdot d} \right| = \left| \frac{73500.0 \cdot 9.05 \cdot 10^{-6}}{39290 \cdot 10^{-8} \cdot 9.5 \cdot 10^{-3}} \right| = 1.782 \times 10^7 \cdot \text{Па}$

при $|T| = 3.75 \times 10^7 \cdot \text{Па}$

Условие прочности балки по касательным напряжениям выполняется

Выбор опасного сечения.

В рассматриваемом примере опасным является сечение где действует момент $M_{max} = 1.176 \times 10^5 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}$

и действует поперечная сила $Q_{yon} = -2.1 \times 10^4 \cdot \text{Н}$

Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении.

Нормальные напряжения в опасном сечении вычисляются по формуле

Поскольку в опасном сечении $M_{x,max} = 1.176 \times 10^5 \cdot \text{Н} \cdot \text{м} > 0$, то слои, расположенные выше нейтральной линии, будут испытывать *сжатие*

ниже нейтральной линии - *растяжение*

Построение эпюры касательных напряжений в опасном сечении

Представим условно выбранную фигуру состоящей из трех прямоугольников: двух полок размером $b \cdot t$

- стенки размером $(h - 2 \cdot t) \cdot d$

выбираемыми из таблицы сортамента в расчетных точках определяются по формуле Д.И. Журавского

$$\tau = \frac{Q_{yon} \cdot S_{x,отс}}{I_{x'} \cdot b}$$

Размеры профиля: $h = 50 \text{ см}$ $b = 17 \text{ см}$ $t = 1.52 \text{ см}$ $d = 0.95 \text{ см}$

в дальнейших расчетах эти величины переводим в метры, чтобы исключить ошибку.

$$h = 0.5 \cdot \text{м} \quad b = 0.17 \cdot \text{м} \quad t = 0.015 \cdot \text{м} \quad d = 9.5 \times 10^{-3} \cdot \text{м}$$

1. Точка D

$$S_{x.отс} = 0 \quad \text{следовательно}$$

$$\text{касательное напряжение} \quad \tau_D = 0$$

$$\text{нормальное напряжение} \quad \sigma_D = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2}\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{117600 \cdot \frac{0.5}{2}}{39290 \cdot 10^{-8}} = 7.483 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

2. Точка E

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.17 \cdot 0.0152 \cdot (0.5 - 0.0152)}{2} = 0.000626 = 6.26 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^3$$

$$\tau_E = \frac{Q_{yon} \cdot S_x}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot b} = \frac{-21000 \cdot 6.26 \cdot 10^{-5}}{39290 \cdot 10^{-8} \cdot 0.17} = -1.968 \times 10^5 \cdot \text{Па}$$

$$\sigma_E = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{117600 \cdot \left(\frac{0.5}{2} - 0.0152\right)}{39290 \cdot 10^{-8}} = 7.028 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

3. Точка F

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.17 \cdot 0.0152 \cdot (0.5 - 0.0152)}{2} = 0.000626 = 6.26 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^3$$

$$\tau_F = \frac{Q_{yon} \cdot S_x}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot d} = \frac{-21000 \cdot 6.26 \cdot 10^{-5}}{39290 \cdot 10^{-8} \cdot 0.0095} = -3.522 \times 10^6 \cdot \text{Па}$$

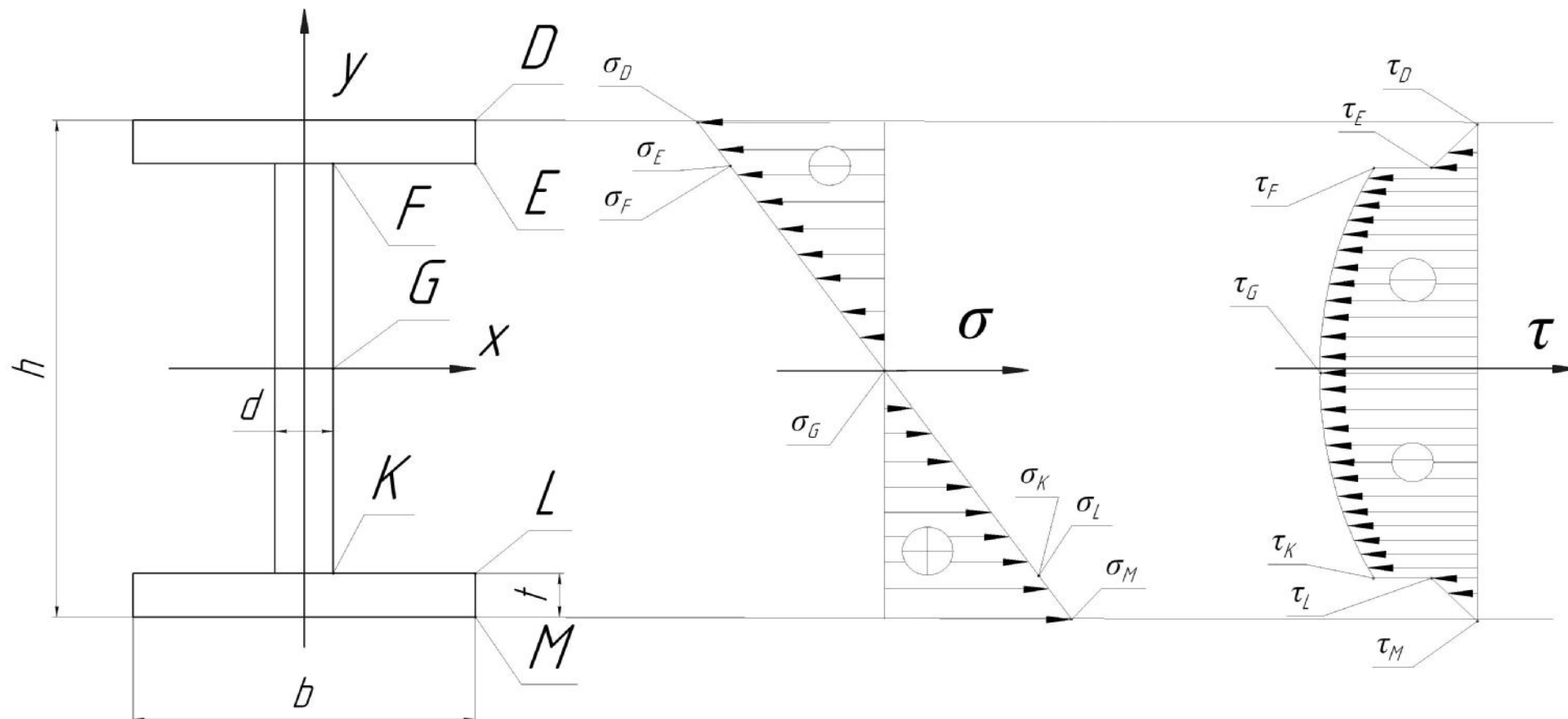
$$\sigma_F = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{117600 \cdot \left(\frac{0.5}{2} - 0.0152\right)}{39290 \cdot 10^{-8}} = 7.028 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

4. Точка G

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.17 \cdot 0.0152 \cdot (0.5 - 0.0152)}{2} = 0.000626 = 6.26 \times 10^{-4} \cdot \text{м}^3$$

$$\tau_G = \frac{Q_{yon} \cdot S_{xmax}}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot d} = \frac{-21000 \cdot 905 \cdot 10^{-6}}{39290 \cdot 10^{-8} \cdot 0.0095} = -5.092 \times 10^6 \cdot \text{Па}$$

$$\sigma_G = \frac{(M_{x,max}) \cdot (0)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{117600 \cdot 0}{39290 \cdot 10^{-8}} = 0 \cdot \text{Па}$$



поскольку эпюра касательных напряжений τ симметрична оси x и эпюра нормальных напряжений имеет также симметрию (только знак меняется на противоположный), то расчет в точках K, L, M можно не выполнять.

Проверяем прочность балки по эквивалентным напряжениям

Наиболее опасными с точки зрения прочности по эквивалентным напряжениям являются точки F и K. Условие прочности для точки F по третьей теории прочности запишется

$$\max \sigma = \sqrt{\sigma_F^2 + 4 \cdot \tau_F^2} \leq I \sigma I \quad \text{где} \quad I \sigma I = 7.5 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

$$\max \sigma = \sqrt{\sigma_F^2 + 4 \cdot \tau_F^2} = \sqrt{(7.03 \cdot 10^7)^2 + 4 \cdot (-0.352 \cdot 10^7)^2} = 7.065 \times 10^7 \cdot \text{Па}$$

Как видно, условие по третьей теории прочности выполняется, оставляем номер профиля исходным

Составим универсальное уравнение углов поворота

$$\theta = \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^4}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

граничные условия

$$z_1 = l_{ab} \quad \text{при этом} \quad y = 0$$

$$z_2 = l_{ab} + l_{bc} \quad \text{при этом} \quad y = 0$$

получим систему уравнений

$$Y_0 + 1.4 \cdot \theta_0 - \frac{0.16 \cdot q_{ab}}{E \cdot J_x} + \frac{0.457 \cdot P_a}{E \cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 2.8 \cdot \theta_0 + \frac{3.66 \cdot P_a}{E \cdot J_x} + \frac{0.457 \cdot R_b}{E \cdot J_x} - \frac{2.4 \cdot q_{ab}}{E \cdot J_x} = 0$$

упрощаем

$$Y_0 + 1.4 \cdot \theta_0 + \frac{7203.0}{E \cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 2.8 \cdot \theta_0 + \frac{74431.0}{E \cdot J_x} = 0$$

тогда начальные параметры

$$Y_0 = 7.639 \times 10^{-4} \cdot \text{м}$$

$$\theta_0 = -6.111 \times 10^{-4} \cdot \text{рад}$$

Расчитываем прогибы и углы поворота балки

при $z = 0$

$$Y_1 = Y_0 = 7.639 \times 10^{-4} \cdot \text{м}$$

$$\theta_1 = \theta_0 = -6.111 \times 10^{-4} \cdot \text{рад}$$

при $z = \frac{l_{ab}}{2} = 0.7 = 0.7 \cdot \text{м}$

$$\theta_2 = \theta_0 + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_2 = -0.000611 + \frac{21000 \cdot 0.7^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{0.7^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = -5.564 \times 10^{-4} \cdot \text{рад}$$

$$Y_2 = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_2 = 0.000764 + 0.7 \cdot -0.000611 + \frac{21000 \cdot 0.7^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{0.7^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = 3.497 \times 10^{-4} \cdot \text{м}$$

при $z = l_{ab} = 1.4 = 1.4 \cdot \text{м}$

$$\theta_3 = \theta_0 + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_3 = -0.000611 + \frac{21000 \cdot 1.4^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{1.4^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = -4.364 \times 10^{-4} \cdot \text{рад}$$

$$Y_3 = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_3 = 0.000764 + 1.4 \cdot (-0.000611) + \frac{21000 \cdot 1.4^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{1.4^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = 2.645 \times 10^{-7} \cdot \text{м}$$

при $z = l_{ab} + \frac{l_{bc}}{2} = 1.4 + \frac{1.4}{2} = 2.1 = 2.1 \cdot \text{м}$

$$\theta_4 = \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_4 = -0.000611 + \frac{15000 \cdot (2.1 - 1.4)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{21000 \cdot 2.1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{2.1^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{73500 \cdot (2.1 - 1.4)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = -7.629 \times 10^{-5} \cdot \text{рад}$$

$$Y_4 = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_4 = 0.000764 + 2.1 \cdot (-0.000611) + \frac{15000 \cdot (2.1 - 1.4)^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{21000 \cdot 2.1^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{2.1^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{73500 \cdot (2.1 - 1.4)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = -2.059 \times 10^{-4} \cdot \text{м}$$

при $z = l_{ab} + l_{bc} = 1.4 + 1.4 = 2.8 = 2.8 \cdot \text{м}$

$$\theta_5 = \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_5 = -0.000611 + \frac{15000 \cdot (2.8 - 1.4)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{21000 \cdot 2.8^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{2.8^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{73500 \cdot (2.8 - 1.4)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = 7.421 \times 10^{-4} \cdot \text{рад}$$

$$Y_5 = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_5 = 0.000764 + 2.8 \cdot -0.000611 + \frac{15000 \cdot (2.8 - 1.4)^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{21000 \cdot 2.8^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} - \frac{2.8^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} + \frac{73500 \cdot (2.8 - 1.4)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 39290 \cdot 10^{-8}} = 4.003 \times 10^{-7} \cdot \text{м}$$

при $z = l_{ab} + l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2} = 1.4 + 1.4 + \frac{1.4}{2} = 3.5 = 3.5 \cdot \text{м}$

$$\theta_6 = \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_6 = 1.735 \times 10^{-3} \text{ рад}$$

$$Y_6 = Y_0 + z \cdot \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^4}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_6 = 8.732 \times 10^{-4} \text{ м}$$

при $z = l_{ab} + l_{bc} + l_{cd} = 1.4 + 1.4 + 1.4 = 4.2 = 4.2 \cdot \text{м}$

$$\theta_7 = \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot (z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot (z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot (z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_7 = 2.663 \times 10^{-3} \text{ рад}$$

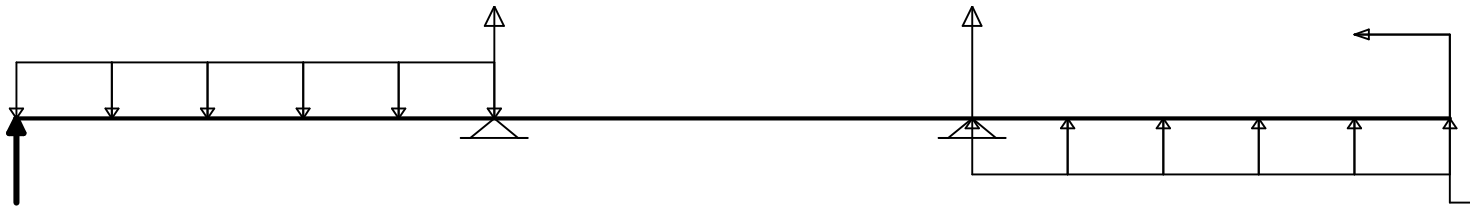
$$Y_7 = Y_0 + 'z \cdot \theta_0 + \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot 'z^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{'z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot ('z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{q_{cd} \cdot ('z - [l_{ab} + l_{bc}])^4}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_7 = 2.414 \times 10^{-3} \text{ м}$$

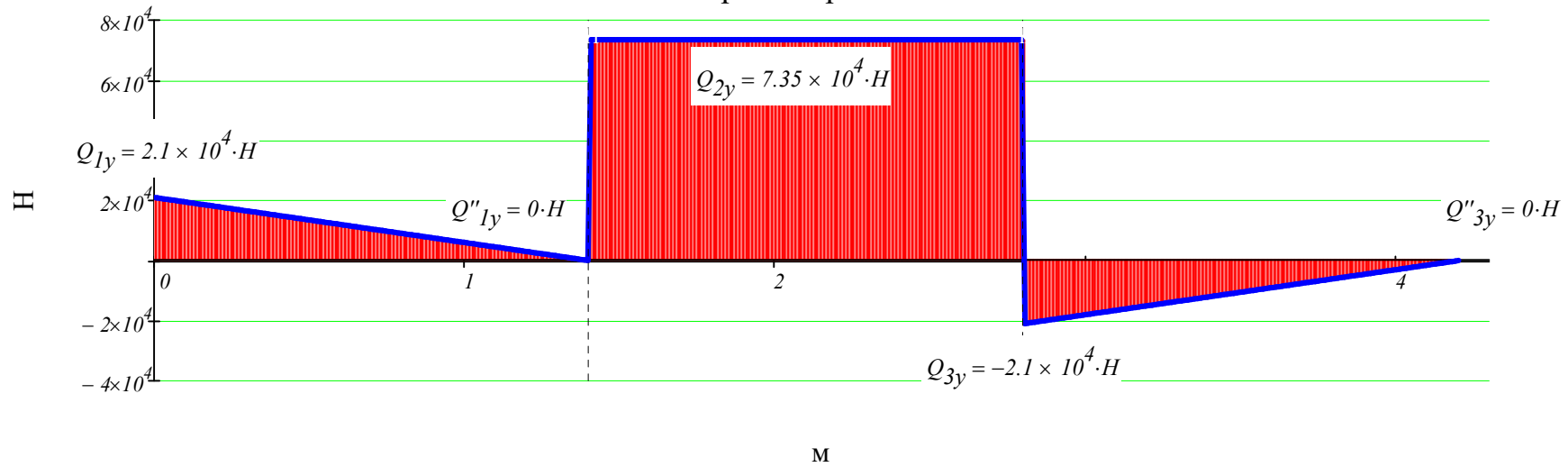
Допустимый прогиб $I_y I = 0.002 \cdot (l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) = 0.002 \cdot (1.4 + 1.4 + 1.4) = 0.0084 = 8.4 \times 10^{-3} \text{ м}$

Максимальное значение прогиба $Y_{max} = 2.414 \times 10^{-3} \text{ м}$

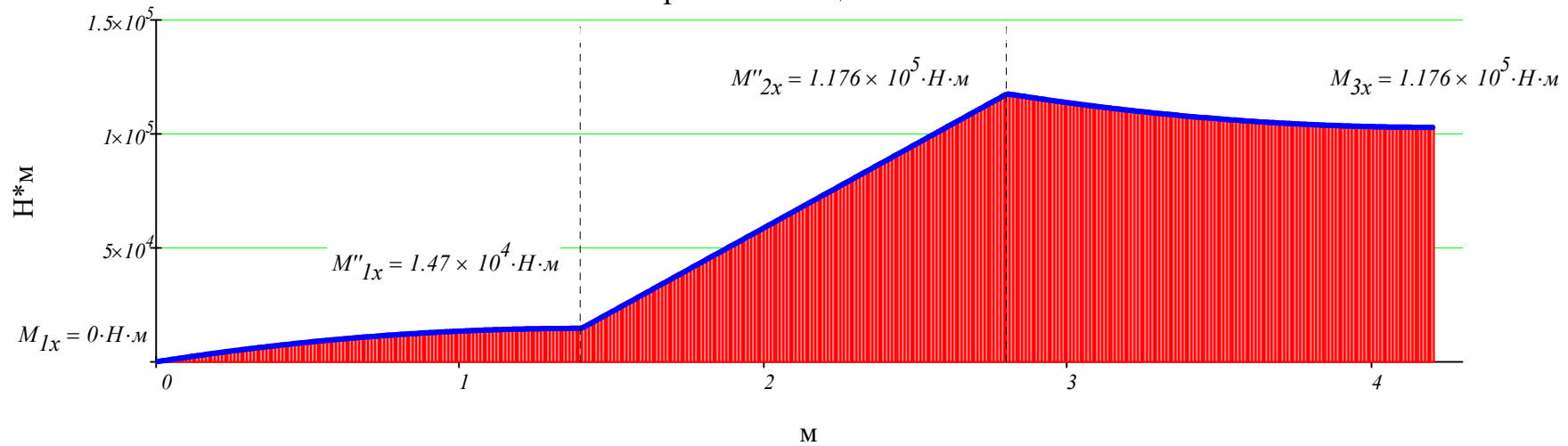
Как видно, условие жесткости выполняется $y_{max} \leq I_y I$



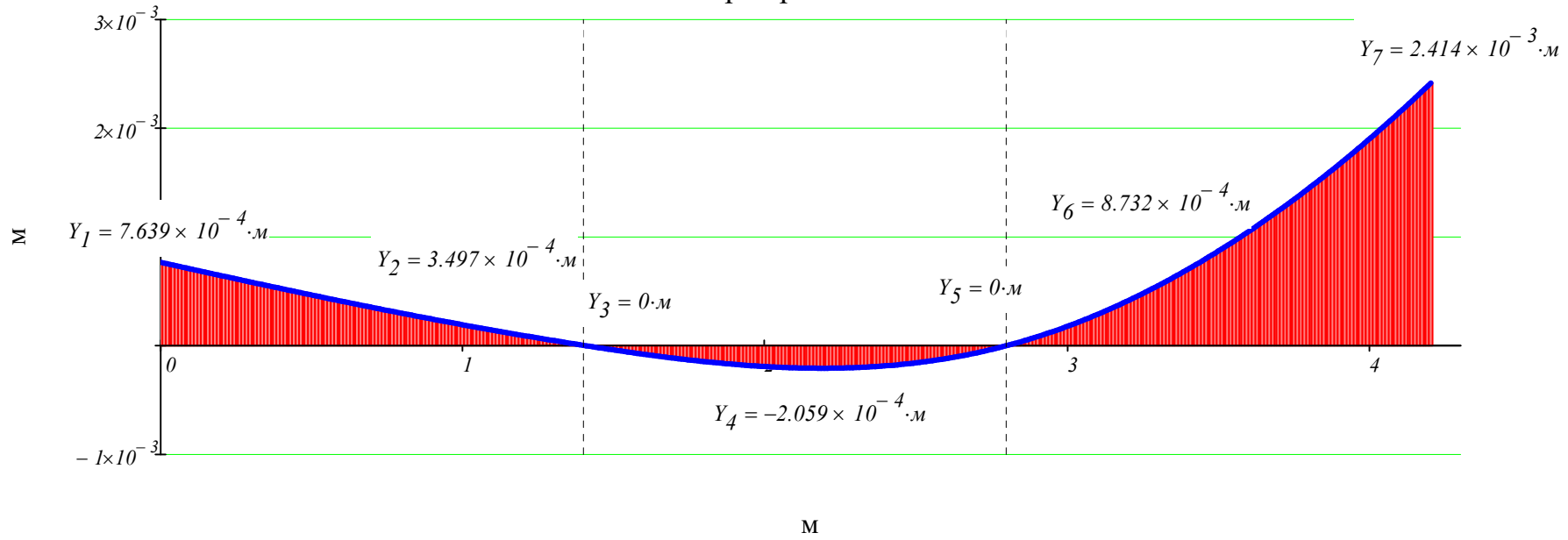
Эпюра поперечных сил



Эпюра изгибающих моментов



Эпюра прогиба балки



Эпюра углов прогиба балки

