ЦНВ1 = 4 ЦНВ2 = 8 ЦНВ3 = 5 ЦНВ4 = 9

$a = 1.8 \cdot м$

$q = 15 \cdot 10^3 = 1.5 \times 10^4 \cdot \frac{Н}{м}$

$P = 8 \cdot q \cdot a = 8 \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1.8 = 2.16 \times 10^5 \cdot Н$

$M = 1.5 \cdot q \cdot a^2 = 1.5 \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1.8^2 = 7.29 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$

$n = 3.6$

Изгибающие моменты, н*м

Ma= -72900 Md= 72900

Сосредоточенные силы, Н

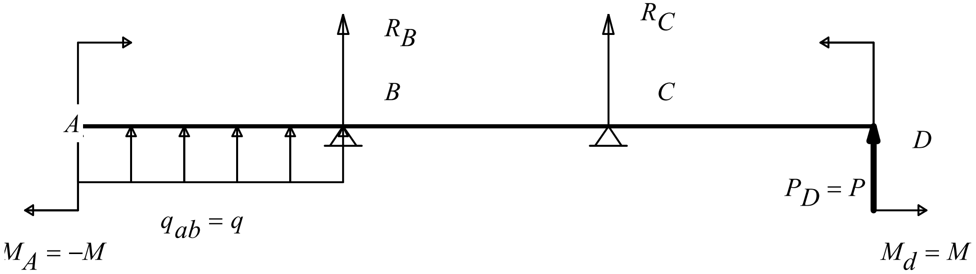
Pd= 216000

Распределенные нагрузки, Н/м

qab= 15000

Длины участков, м

lab= 1,8 lbc= 1,8 lcd= 1,8



Решение: Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма момментов относительно опоры B равна 0

ΣMb=0

$$M_d - M_a - \frac{q_{ab} \cdot l_{ab}^2}{2} + P_d \cdot (l_{bc} + l_{cd}) + R_c \cdot l_{bc} = 0$$

$$R_c = \frac{\frac{q_{ab} \cdot l_{ab}^2}{2} + M_a - M_d - P_d \cdot (l_{bc} + l_{cd})}{l_{bc}}$$

$$R_c = \frac{\frac{15000 \cdot 1.8^2}{2} + 72900 - 72900 - 216000 \cdot (1.8 + 1.8)}{1.8}$$

$$R_c = -418500.0 = -4.185 \times 10^5 \cdot H$$

Сумма момментов относительно опоры C равна 0

ΣMc=0

$$M_d - M_a + P_d \cdot l_{cd} - R_b \cdot l_{bc} - l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} \right) = 0$$

$$R_b = -\frac{M_a - M_d - P_d \cdot l_{cd} + l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} \right)}{l_{bc}}$$

$$R_b = -\frac{72900 - 72900 - 216000 \cdot 1.8 + 1.8 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.8}{2} + 1.8 \right)}{1.8}$$

$$R_b = 175500.0 = 1.755 \times 10^5 \cdot H$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma Y = P_d + R_b + R_c + l_{ab} \cdot q_{ab} = 0$$

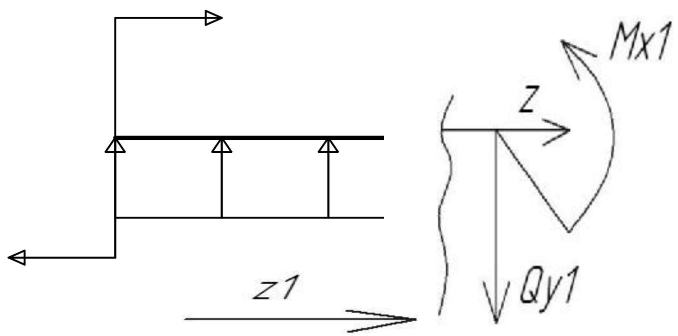
$$\Sigma Y = 216000 + R_b + R_c + 1.8 \cdot 15000 = 0$$

$$\Sigma Y = 216000 + 1.8 \cdot 15000 + 175500 + -418500 = 0$$

Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \le z_1 \le l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{1x} = \frac{q_{ab} \cdot z_1^2}{2} + M_a$$

$$Q_{1y} = q_{ab} \cdot z_1$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{1x} = \frac{15000 \cdot 0^2}{2} + 72900 = 7.29 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

$$Q_{1y} = 15000 \cdot 0 = 0 \cdot H$$

при $z_1 = \frac{l_{ab}}{2} = 0.9 \cdot м$

$$M'_{1x} = \frac{15000 \cdot 0.9^2}{2} + 72900 = 7.897 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

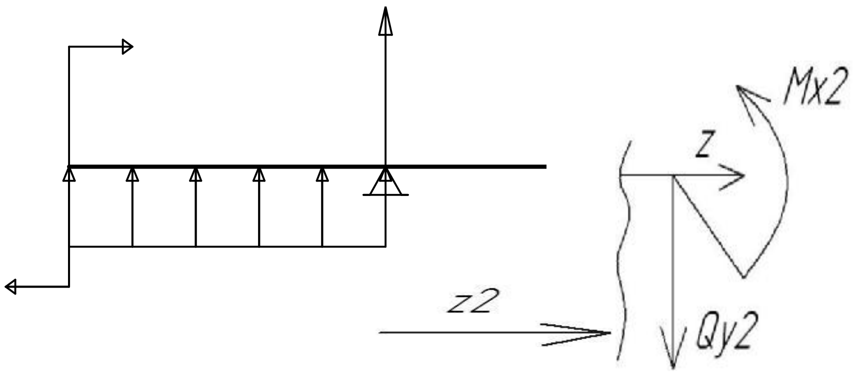
$$Q'_{1y} = 15000 \cdot 0.9 = 1.35 \times 10^4 \cdot H$$

при $z_1 = l_{ab} = 1.8 \cdot м$

$$M''_{1x} = \frac{15000 \cdot 1.8^2}{2} + 72900 = 9.72 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

$$Q''_{1y} = 15000 \cdot 1.8 = 2.7 \times 10^4 \cdot H$$

2 участок $0 \le z_2 \le l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = M_a + R_b \cdot z_2 + l_{ab} \cdot q_{ab} \cdot \left(\frac{l_{ab}}{2} + z_2 \right)$$

$$Q_{2y} = R_b + l_{ab} \cdot q_{ab}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = 72900 + 175500 \cdot 0 + 1.8 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.8}{2} + 0 \right) = 9.72 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

$$Q_{2y} = 175500 + 1.8 \cdot 15000 = 2.025 \times 10^5 \cdot H$$

при $z_2 = \frac{l_{bc}}{2} = 0.9 \cdot м$

$$M'_{2x} = 72900 + 175500 \cdot 0.9 + 1.8 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.8}{2} + 0.9 \right) = 2.795 \times 10^5 \cdot H \cdot м$$

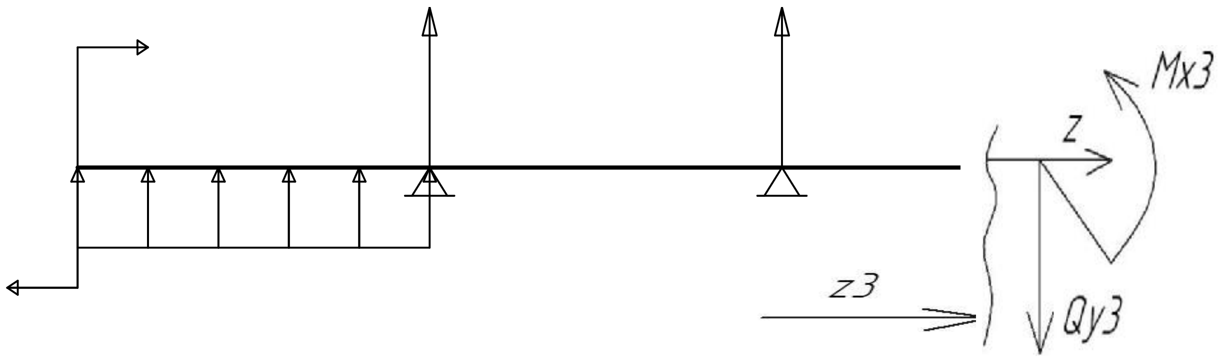
$$Q'_{2y} = 175500 + 1.8 \cdot 15000 = 2.025 \times 10^5 \cdot H$$

при $z_2 = l_{bc} = 1.8 \cdot м$

$$M''_{2x} = 72900 + 175500 \cdot 1.8 + 1.8 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.8}{2} + 1.8 \right) = 4.617 \times 10^5 \cdot H \cdot м$$

$$Q''_{2y} = 175500 + 1.8\cdot 15000 = 2.025\times 10^{5}\cdot H$$

3 участок $\quad 0 \le z_3 \le l_{cd}$



при $\quad z_3 = 0$

$$M_{3x} = M_a + R_b\cdot\left(l_{bc} + z_3\right) + R_c\cdot z_3 + l_{ab}\cdot q_{ab}\cdot\left(\frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} + z_3\right)$$

$$Q_{3y} = R_b + R_c + l_{ab}\cdot q_{ab}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = 72900 + 175500\cdot(1.8 + 0) + -418500\cdot 0 + 1.8\cdot 15000\cdot\left(\frac{1.8}{2} + 1.8 + 0\right) = 4.617\times 10^{5}\cdot H\cdot м$$

$$Q_{3y} = 175500 + -418500 + 1.8\cdot 15000 = -2.16\times 10^{5}\cdot H$$

при $\quad z_3 = \frac{l_{cd}}{2} = 0.9\cdot м$

$$M'_{3x} = 72900 + 175500\cdot(1.8 + 0.9) + -418500\cdot 0.9 + 1.8\cdot 15000\cdot\left(\frac{1.8}{2} + 1.8 + 0.9\right) = 2.673\times 10^{5}\cdot H\cdot м$$

$$Q'_{3y} = 175500 + -418500 + 1.8\cdot 15000 = -2.16\times 10^{5}\cdot H$$

при $z_3 = l_{cd} = 1.8 \cdot м$

$$M''_{3x} = 72900 + 175500 \cdot (1.8 + 1.8) + -418500 \cdot 1.8 + 1.8 \cdot 15000 \cdot \left(\frac{1.8}{2} + 1.8 + 1.8\right) = 7.29 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$$

$$Q''_{3y} = 175500 + -418500 + 1.8 \cdot 15000 = -2.16 \times 10^5 \cdot Н$$

По условию прочности подбираем рациональный профиль из семи заданных ниже форм

Допустимое нормальное напряжение

$$I\sigma I = \frac{\sigma_T \cdot 10^6}{n} = \frac{440 \cdot 10^6}{3.6} = 1.222 \times 10^8 \cdot Па$$

Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{\left|M_{max}\right|}{W_x} \le I\sigma I$$

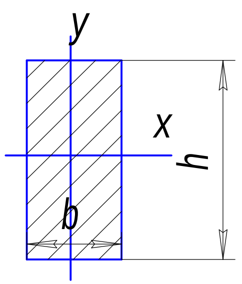
тогда расчетный осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x = \frac{\left|M_{max}\right|}{I\sigma I} = \frac{\left|461700.0\right|}{1.22 \cdot 10^8} = 0.00378 = 3.78 \times 10^{-3} \cdot м^3$$

$$W_x = 3.779 \times 10^3 \cdot см^3$$

Определяем размеры наиболее распространенных балок

а) прямоугольник



$$h = 2 \cdot b$$

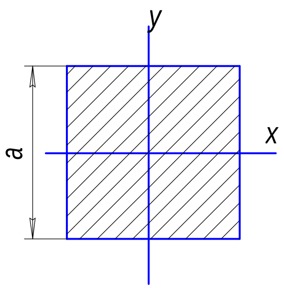
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 3779.0}{2}} = 17.8 = 17.8 \cdot см$$

$$h = 2 \cdot b = 2 \cdot 17.8 = 35.6 \cdot см$$

$$F_1 = h \cdot b = 35.6 \cdot 17.8 = 634.0 = 634 \cdot см^2$$

б) квадрат

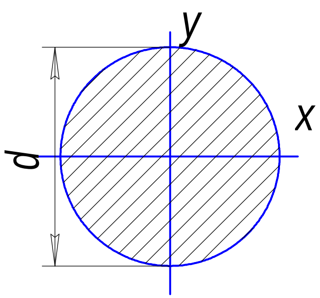


$$W_x = \frac{a^3}{6}$$

$$a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 3779.0} = 28.3 = 28.3 \cdot см$$

$$F_2 = a^2 = 28.3^2 = 801.0 = 801 \cdot см^2$$

в) круг

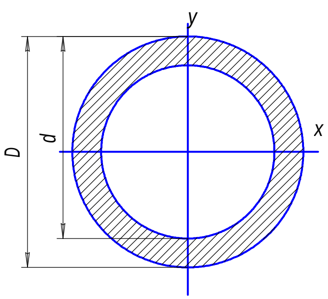


$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3779.0}{3.14}} = 33.8 = 33.8 \cdot см$$

$$F_3 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 33.8^2}{4} = 897.0 = 897 \cdot см^2$$

г) кольцо



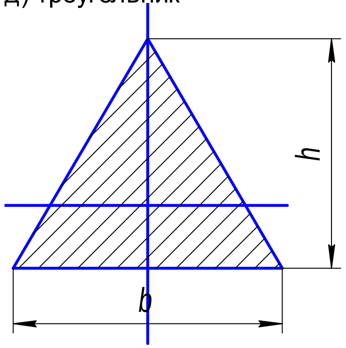
$$D = 2 \cdot d \qquad \alpha = \frac{d}{D} = 0.5 \qquad \alpha = 0.5$$

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32}\left(1 - \alpha^4\right)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14 \cdot \left(1 - \alpha^4\right)}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3779.0}{3.14 \cdot \left(1 - 0.5^4\right)}} = 34.5 = 34.5 \cdot см$$

$$F_4 = \frac{\pi}{4} \cdot \left[D^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2\right] = \frac{\pi}{4} \cdot \left[34.5^2 - \left(\frac{34.5}{2}\right)^2\right] = 701.0 = 701 \cdot см^2$$

д) треугольник



при вычислении напряжения в вершине треугольника

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{24}$$

пусть $b = h$

$$W_x = \frac{b^3}{24}$$ тогда

$$b = \sqrt[3]{24 \cdot W_x} = \sqrt[3]{24 \cdot 3779.0} = 44.9 = 44.9 \cdot см$$

$$h = b = 44.9 \cdot см$$

$$F_5 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{44.9 \cdot 44.9}{2} = 1008.0 = 1.008 \times 10^3 \cdot см^2$$

е) швеллер

При требуемом моменте сопротивления $W_x = 3.779 \times 10^3 \cdot см^3$

Выберем:

Номер швеллера - *40*

момент сопротивления швеллера $W_{x.sv} = 761 \cdot см^3$

момент инерции $J_6 = 1.522 \times 10^4 \cdot см^4$

число швеллеров - *пять*

Площадь одного швеллера $F_6 = 61.5 \cdot см^2$

ж) двутавр

Выберем:

Номер двутавра *70*

момент сопротивления двутавра $W_{x7} = 3.84 \times 10^3 \cdot см^3$

момент инерции двутавра $J_7 = 1.346 \times 10^5 \cdot см^4$

один

число двутавров *один*

Площадь одного двутавра $F_7 = 176 \cdot см^2$

Очевидно , что самое оптимальное сечение у *двутавра*

который имеет минимальное значение совокупной площади поперечного сечения

$тогда \quad J_x = 1.346 \times 10^5 \cdot см^4 \quad или \quad J_{x'} = 1.346 \times 10^{-3} \cdot м^4$

Оцениваем материалоемкость балок с подобранными сечениями, принимая площадь наимеьшего сечения за 100%

$$\frac{F_1}{F_{min}} = \frac{634}{176} = 360.227 \cdot \%$$

$$\frac{F_4}{F_{min}} = \frac{701}{176} = 398.295 \cdot \%$$

$$\frac{F_2}{F_{min}} = \frac{801}{176} = 455.114 \cdot \%$$

$$\frac{F_5}{F_{min}} = \frac{1008}{176} = 572.727 \cdot \%$$

$$\frac{F_3}{F_{min}} = \frac{897}{176} = 509.659 \cdot \%$$

$$\frac{F_6}{F_{min}} = \frac{307.0}{176} = 174.432 \cdot \%$$

$$\frac{F_7}{F_{min}} = \frac{176.0}{176} = 100 \cdot \%$$

Для выбранной балки вычисляем максимальное рабочее напряжение

$$max\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x \cdot 10^{-6}} = \frac{|461700.0|}{3840 \cdot 10^{-6}} = 1.202 \times 10^8 \cdot Па$$

которое меньше допускаемого напряжения на

$$\Delta = \frac{max\sigma_{max} - I\sigma I}{I\sigma I} = \frac{1.2 \cdot 10^8 - 1.22 \cdot 10^8}{1.22 \cdot 10^8} = -0.0164 = -1.64 \cdot \%$$

Наибольшие касательные напряжения возникают в точках нейтралльной линии опасного сечения балки, где

$\left|Q_{max}\right| = 2.16\times 10^{5}$ Предварительно по таблицам сортамента для *двутавра* *находим*

$J_{x'} = 1.346\times 10^{-3}\cdot м^{4}$ $S_{xmax} = 2.23\times 10^{-3}\cdot м^{3}$

проверяем прочность балки по касательным напряжениям $\tau_{max} = \left|\dfrac{Q_{max}\cdot S_{xmax}}{J_{x.}\cdot d}\right| = \left|\dfrac{216000.0\cdot 2230\cdot 10^{-6}}{134600\cdot 10^{-8}\cdot 13\cdot 10^{-3}}\right| = 2.753\times 10^{7}\cdot Па$

при $I\tau I = 6.1\times 10^{7}\cdot Па$

Условие прочности балки по касательным напряжениям выполняется

Выбор опасного сечения.

В рассматриваемом примере опасным являестя сечение где действует момент $M_{max} = 4.617\times 10^{5}\cdot Н\cdot м$

и действует поперечная сила $Q_{уоп} = -2.16\times 10^{5}\cdot Н$

Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении.
Нормальные напряжения в опасном сечении вычисляются по формуле

Поскольку в опасном сечении $M_{x.max} = 4.617\times 10^{5}\cdot Н\cdot м$ > 0 , то слои, рапсположенные выше нейтральной линии, будут испытывать *сжатие*

ниже нейтральной линии - *растяжение*

Построение эпюры касательных напряжений в опасном сечении

Представим условно выбранную фигуру состоящей из трех прямоугольников: двух полок размером $b\cdot t$

- стенки размером $(h - 2\cdot t)\cdot d$

выбираемыми из таблицы сортамента в расчетных точках определяются по формуле Д.И. Журавского

$$\tau = \frac{Q_{уоп}\cdot S_{x.отс}}{I_x\cdot b}$$

Размеры профиля: $h = 70$ см $b = 21$ см $t = 2.08$ см $d = 1.3$ см

в дальнейших расчетах эти величины переводим в метры, чтобы исключить ошибку.

$h = 0.7 \cdot м \qquad b = 0.21 \cdot м \qquad t = 0.021 \cdot м \qquad d = 0.013 \cdot м$

1. Точка D

$S_{x.omc} = 0$ следовательно

касательное напряжение $\tau_D = 0$

нормальное напряжение $\sigma_D = \dfrac{(M_{x.max}) \cdot \left(\dfrac{h}{2}\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \dfrac{461700 \cdot \dfrac{0.7}{2}}{134600 \cdot 10^{-8}} = 1.201 \times 10^8 \cdot Па$

2 . Точка E

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.21 \cdot 0.0208 \cdot (0.7 - 0.0208)}{2} = 0.00148 = 1.48 \times 10^{-3} \cdot м^3$$

$$\tau_E = \frac{Q_{yon} \cdot S_x}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot b} = \frac{-216000 \cdot 148 \cdot 10^{-5}}{134600 \cdot 10^{-8} \cdot 0.21} = -1.131 \times 10^6 \cdot Па$$

$$\sigma_E = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{461700 \cdot \left(\frac{0.7}{2} - 0.0208\right)}{134600 \cdot 10^{-8}} = 1.129 \times 10^8 \cdot Па$$

3 . Точка F

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.21 \cdot 0.0208 \cdot (0.7 - 0.0208)}{2} = 0.00148 = 1.48 \times 10^{-3} \cdot м^3$$

$$\tau_F = \frac{Q_{yon} \cdot S_x}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot d} = \frac{-216000 \cdot 148 \cdot 10^{-5}}{134600 \cdot 10^{-8} \cdot 0.013} = -1.827 \times 10^7 \cdot Па$$

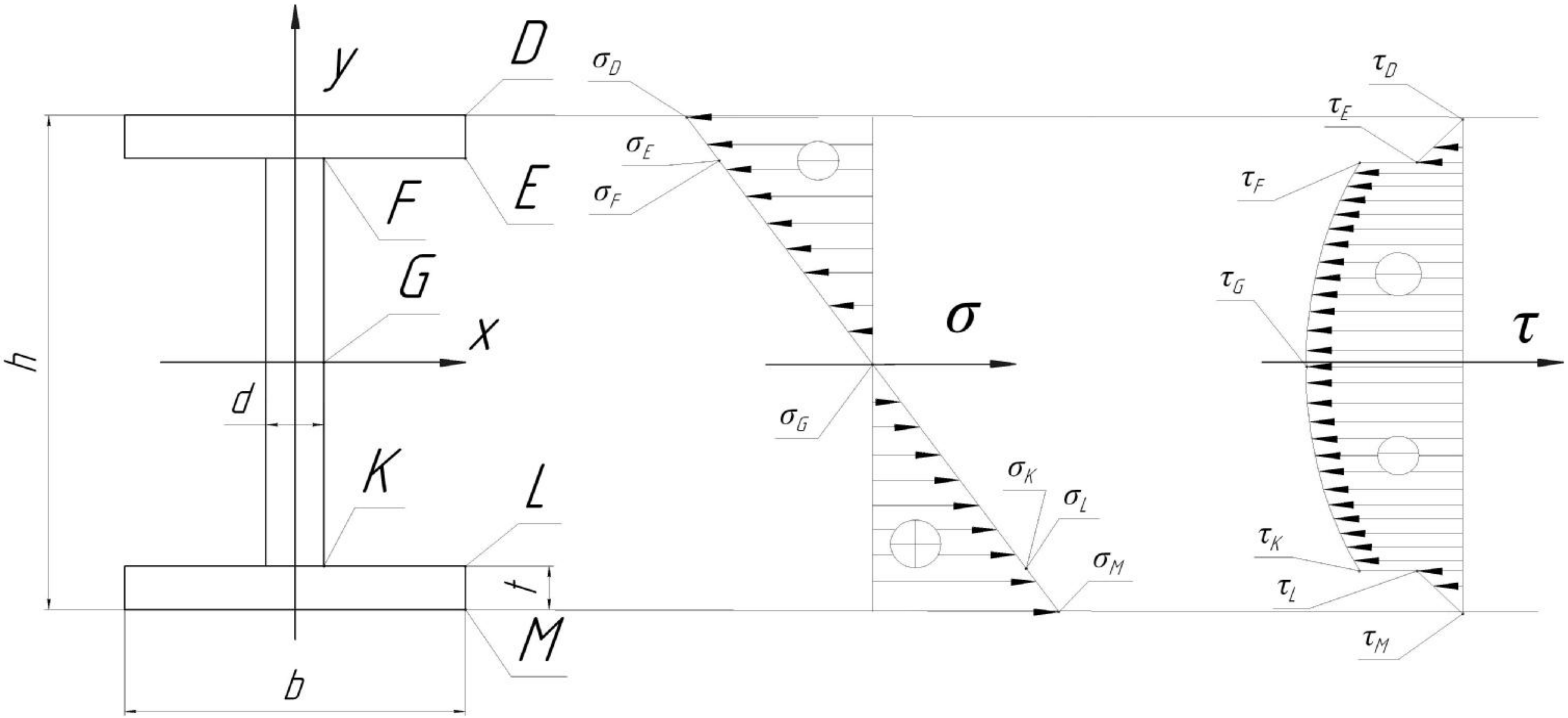
$$\sigma_F = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{461700 \cdot \left(\frac{0.7}{2} - 0.0208\right)}{134600 \cdot 10^{-8}} = 1.129 \times 10^8 \cdot Па$$

4 . Точка G

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.21 \cdot 0.0208 \cdot (0.7 - 0.0208)}{2} = 0.00148 = 1.48 \times 10^{-3} \cdot м^3$$

$$\tau_G = \frac{Q_{yon} \cdot S_{xmax}}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot d} = \frac{-216000 \cdot 2230 \cdot 10^{-6}}{134600 \cdot 10^{-8} \cdot 0.013} = -2.753 \times 10^7 \cdot Па$$

$$\sigma_G = \frac{\left(M_{x.max}\right) \cdot (0)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{461700 \cdot 0}{134600 \cdot 10^{-8}} = 0 \cdot Па$$



поскольку эпюра касательных напряжений τ симметрична оси x и эпюра нормальных напряжений имеет также симметрию (только знак меняется на противоположный), то расчет в точках K,L,M можно не выполнять.

Проверяем прочность балки по эквивалентным напряжениям

Наиболее опасными с точки зрения прочности по эквивалентным напряжениям являются точки F и K. Условие прочности для точки F по третьей теории прочности запишется

$$max\sigma = \sqrt{\sigma_F^{\,2} + 4\cdot\tau_F^{\,2}} \le I\sigma I \qquad \text{где} \qquad I\sigma I = 1.22\times 10^8\cdot Па$$

$$max\sigma = \sqrt{\sigma_F^{\,2} + 4\cdot\tau_F^{\,2}} = \sqrt{\left(11.3\cdot 10^7\right)^2 + 4\cdot\left(-1.83\cdot 10^7\right)^2} = 1.188\times 10^8\cdot Па$$

Как видно, условие по третьей теории прочности выполняется, оставляем номер профиля исходным

Составим универсальное уравнение углов поворота

$$\theta = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} - \frac{q_{ab}\cdot('z - l_{ab})^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{'z^3\cdot q_{ab}}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot('z - l_{ab})^2}{2\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y = Y_0 + 'z\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{ab}\cdot('z - l_{ab})^4}{24\cdot E\cdot J_x} + \frac{'z^4\cdot q_{ab}}{24\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot('z - l_{ab})^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

граничные условия

$'z1 = l_{ab}$ при этом $y = 0$

$'z2 = l_{ab} + l_{bc}$ при этом $y = 0$

получим систему уравнений

$$Y_0 + 1.8\cdot\theta_0 + \frac{1.62\cdot M_a}{E\cdot J_x} + \frac{0.437\cdot q_{ab}}{E\cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 3.6\cdot\theta_0 + \frac{6.48\cdot M_a}{E\cdot J_x} + \frac{0.972\cdot R_b}{E\cdot J_x} + \frac{6.56\cdot q_{ab}}{E\cdot J_x} = 0$$

упрощаем

$$Y_0 + 1.8\cdot\theta_0 + \frac{124658.0}{E\cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 3.6\cdot\theta_0 + \frac{741392.0}{E\cdot J_x} = 0$$

тогда начальные параметры ....

$$Y_0 = 1.828\times 10^{-3}\cdot м$$

$$\theta_0 = -1.273\times 10^{-3}\cdot рад$$

Расчитываем прогибы и углы поворота балки

при $'z = 0$

$$Y_1 = Y_0 = 1.828\times 10^{-3}\cdot м$$

$$\theta_1 = \theta_0 = -1.273\times 10^{-3}\cdot рад$$

при $'z = \frac{l_{ab}}{2} = 0.9 = 0.9\cdot м$

$$\theta_2 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} + \frac{'z^3\cdot q_{ab}}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_2 = -0.00127 + \frac{72900\cdot 0.9}{2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{0.9^3\cdot 15000}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} = -1.02\times 10^{-3}\cdot рад$$

$$Y_2 = Y_0 + 'z\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{'z^4\cdot q_{ab}}{24\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_2 = 0.00183 + 0.9\cdot -0.00127 + \frac{72900\cdot 0.9^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{0.9^4\cdot 15000}{24\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} = 7.982\times 10^{-4}\cdot м$$

при $'z = l_{ab} = 1.8 = 1.8 \cdot м$

$$\theta_3 = \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z}{E \cdot J_x} + \frac{'z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_3 = -0.00127 + \frac{72900 \cdot 1.8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{1.8^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = -7.284 \times 10^{-4} \cdot рад$$

$$Y_3 = Y_0 + 'z \cdot \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_3 = 0.00183 + 1.8 \cdot -0.00127 + \frac{72900 \cdot 1.8^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{1.8^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = 7.072 \times 10^{-6} \cdot м$$

при $'z = l_{ab} + \frac{l_{bc}}{2} = 1.8 + \frac{1.8}{2} = 2.7 = 2.7 \cdot м$

$$\theta_4 = \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z}{E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_4 = -0.00127 + \frac{72900 \cdot 2.7}{2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} - \frac{15000 \cdot (2.7 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{2.7^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (2.7 - 1.8)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = -9.878 \times 10^{-5} \cdot рад$$

$$Y_4 = Y_0 + 'z \cdot \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_4 = 0.00183 + 2.7 \cdot -0.00127 + \frac{72900 \cdot 2.7^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} - \frac{15000 \cdot (2.7 - 1.8)^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{2.7^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (2.7 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = -4.109 \times 10^{-4} \cdot м$$

при $'z = l_{ab} + l_{bc} = 1.8 + 1.8 = 3.6 = 3.6 \cdot м$

$$\theta_5 = \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z}{E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_5 = -0.00127 + \frac{72900 \cdot 3.6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} - \frac{15000 \cdot (3.6 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{3.6^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (3.6 - 1.8)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = 1.14 \times 10^{-3} \cdot рад$$

$$Y_5 = Y_0 + 'z \cdot \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_5 = 0.00183 + 3.6 \cdot -0.00127 + \frac{72900 \cdot 3.6^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} - \frac{15000 \cdot (3.6 - 1.8)^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{3.6^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (3.6 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = 1.206 \times 10^{-5} \cdot м$$

при $'z = l_{ab} + l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2} = 1.8 + 1.8 + \frac{1.8}{2} = 4.5 = 4.5 \cdot м$

$$\theta_6 = \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z}{E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot ('z - [l_{ab} + l_{bc}])^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_6 = -0.00127 + \frac{72900 \cdot 4.5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} - \frac{15000 \cdot (4.5 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{4.5^3 \cdot 15000}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{-418500 \cdot [4.5 - (1.8 + 1.8)]^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (4.5 - 1.8)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = 2.359 \times 10^{-3} \cdot рад$$

$$Y_6 = Y_0 + 'z \cdot \theta_0 - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^4}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{M_a \cdot 'z^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^4 \cdot q_{ab}}{24 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot ('z - [l_{ab} + l_{bc}])^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y_6 = 0.00183 + 4.5 \cdot -0.00127 - \frac{15000 \cdot (4.5 - 1.8)^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{72900 \cdot 4.5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{4.5^4 \cdot 15000}{24 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{-418500 \cdot [4.5 - (1.8 + 1.8)]^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} + \frac{175500 \cdot (4.5 - 1.8)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 134600 \cdot 10^{-8}} = 1.635 \times 10^{-3} \cdot м$$

при $'z = l_{ab} + l_{bc} + l_{cd} = 1.8 + 1.8 + 1.8 = 5.4 = 5.4 \cdot м$

$$\theta_7 = \theta_0 + \frac{M_a \cdot 'z}{E \cdot J_x} - \frac{q_{ab} \cdot ('z - l_{ab})^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{'z^3 \cdot q_{ab}}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot ('z - [l_{ab} + l_{bc}])^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot ('z - l_{ab})^2}{2 \cdot E \cdot J_x}$$

$$\theta_7 = -0.00127 + \frac{72900\cdot 5.4}{2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} - \frac{15000\cdot(5.4-1.8)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{5.4^3\cdot 15000}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{-418500\cdot[5.4-(1.8+1.8)]^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{175500\cdot(5.4-1.8)^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} = 2.927\times 10^{-3}\cdot рад$$

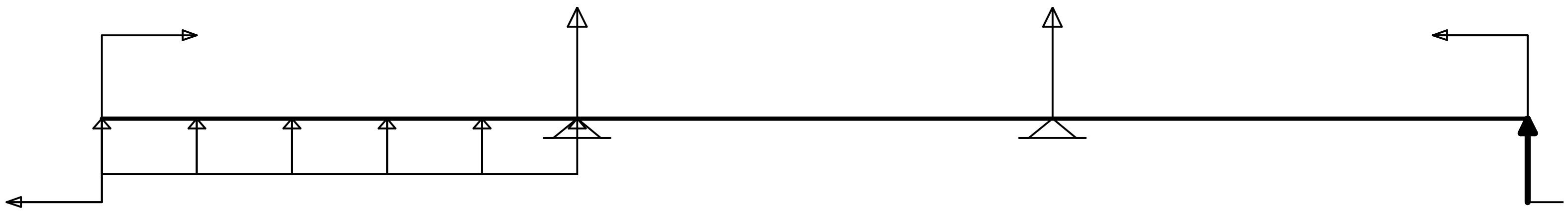
$$Y_7 = Y_0 + 'z\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{ab}\cdot('z-l_{ab})^4}{24\cdot E\cdot J_x} + \frac{'z^4\cdot q_{ab}}{24\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot('z-[l_{ab}+l_{bc}])^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot('z-l_{ab})^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_7 = 0.00183 + 5.4\cdot -0.00127 + \frac{72900\cdot 5.4^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} - \frac{15000\cdot(5.4-1.8)^4}{24\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{5.4^4\cdot 15000}{24\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{-418500\cdot[5.4-(1.8+1.8)]^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} + \frac{175500\cdot(5.4-1.8)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 134600\cdot 10^{-8}} = 4.063\times 10^{-3}\cdot м$$

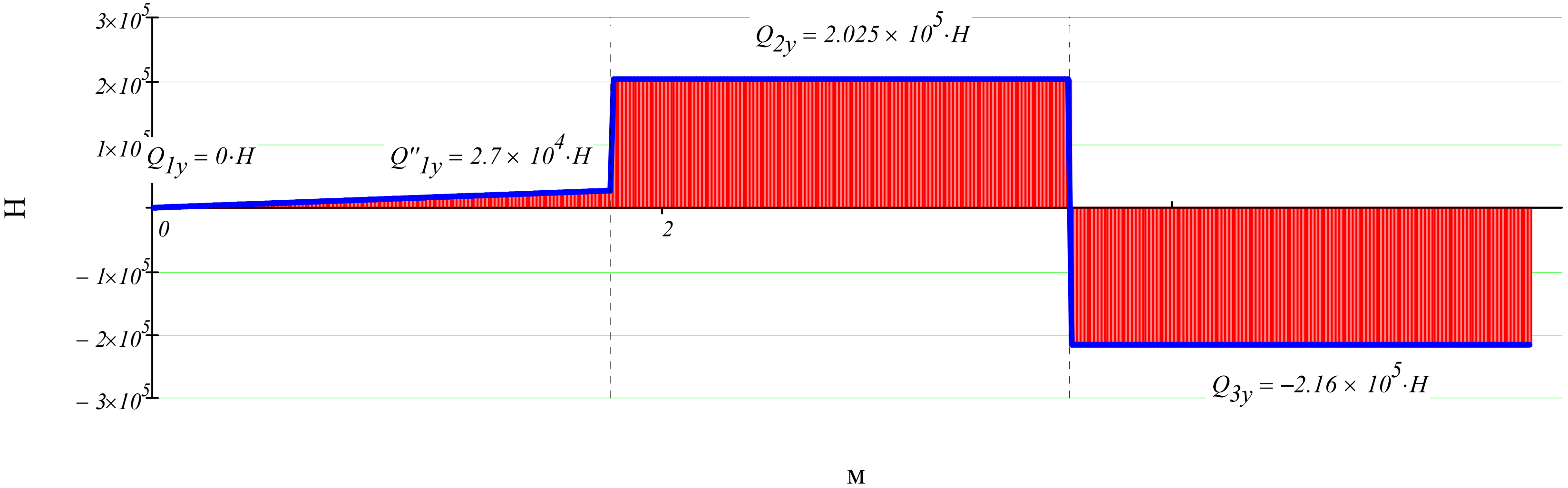
Допустимый прогиб $IyI = 0.002\cdot(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) = 0.002\cdot(1.8 + 1.8 + 1.8) = 0.0108 = 0.011\cdot м$

Максимальное значение прогиба $Y_{max} = 4.063\times 10^{-3}\cdot м$

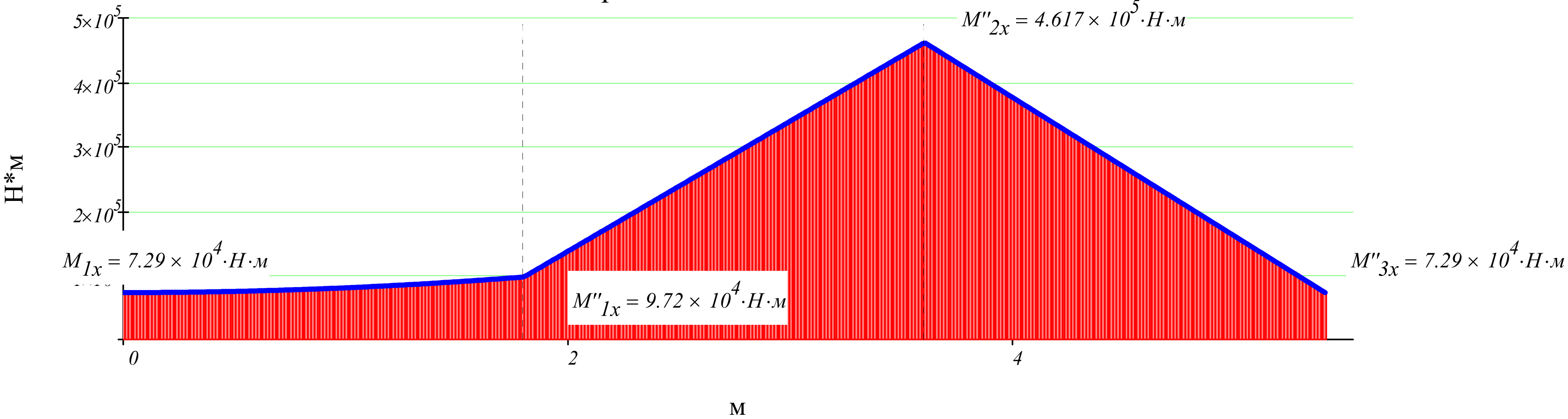
Как видно, условие жесткости выполняется $y_{max} \le IyI$

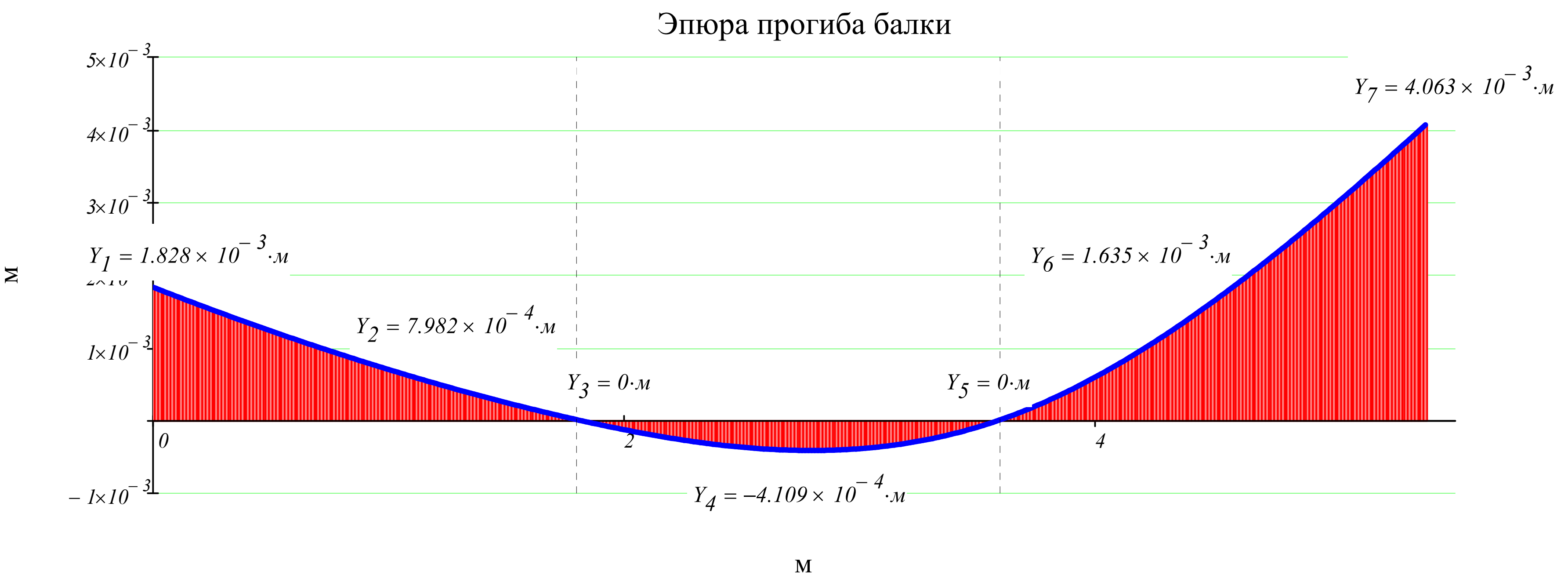


Эпюра поперечных сил

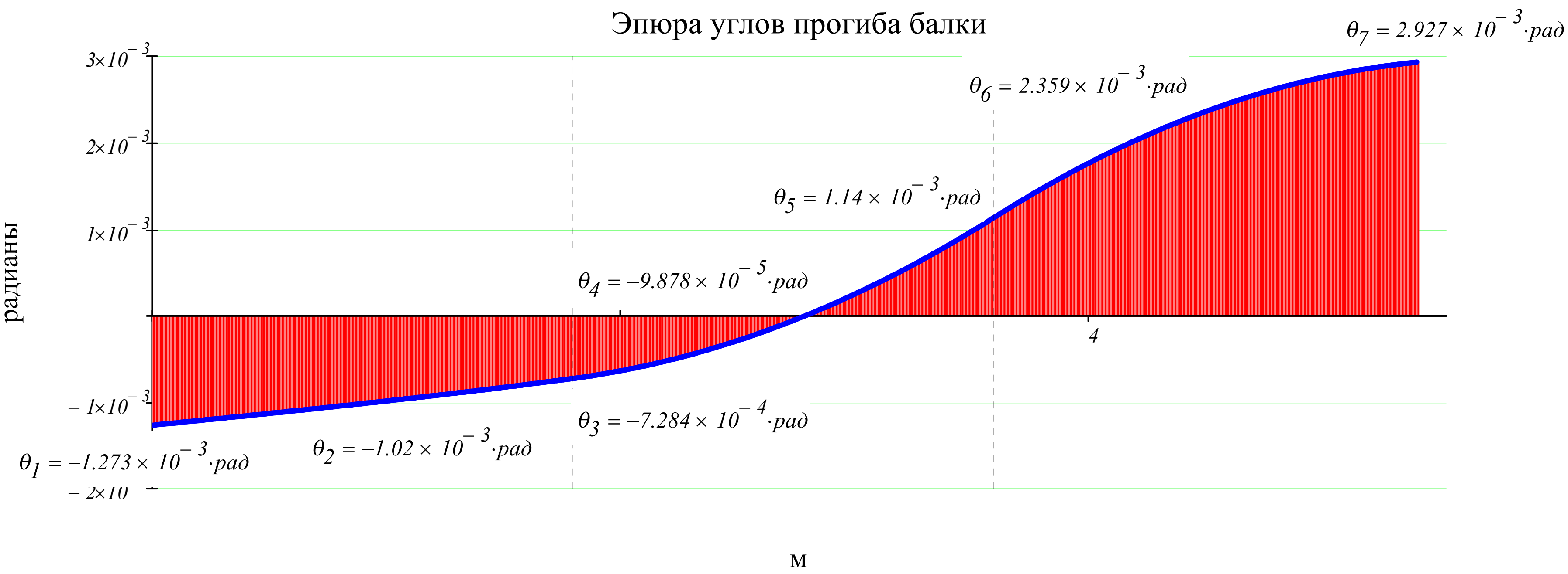


Эпюра изгибающих моментов





Эпюра прогиба балки
5×10⁻³
4×10⁻³
3×10⁻³
1×10⁻³
− 1×10⁻³
м
Y1 = 1.828 × 10⁻³·м
Y2 = 7.982 × 10⁻⁴·м
Y3 = 0·м
Y4 = −4.109 × 10⁻⁴·м
Y5 = 0·м
Y6 = 1.635 × 10⁻³·м
Y7 = 4.063 × 10⁻³·м
0
2
4
м



Эпюра углов прогиба балки
3×10⁻³
2×10⁻³
1×10⁻³
− 1×10⁻³
радианы
θ1 = −1.273 × 10⁻³·рад
θ2 = −1.02 × 10⁻³·рад
θ3 = −7.284 × 10⁻⁴·рад
θ4 = −9.878 × 10⁻⁵·рад
θ5 = 1.14 × 10⁻³·рад
θ6 = 2.359 × 10⁻³·рад
θ7 = 2.927 × 10⁻³·рад
4
м