

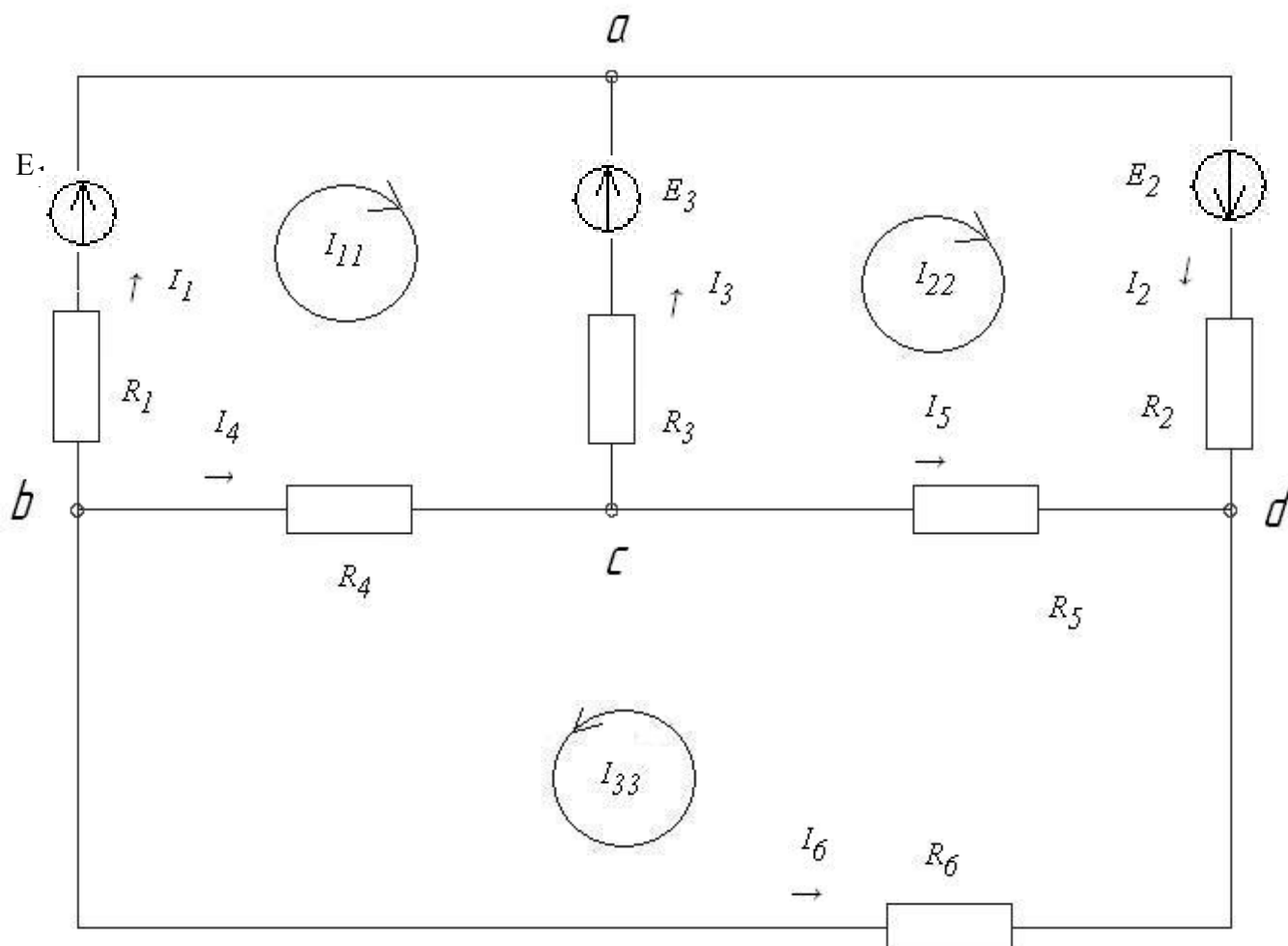
Расчетно - графическая работа

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Провести анализ электрической цепи постоянного тока для заданных параметров схемы

Исходные данные по варианту

E1,B	E2,B	E3,B	E4,B	E5,B	E6,B	R1,Oм	R2,Oм	R3,Oм	R4,Oм	R5,Oм	R6,Oм
100	50	20	0	0	0	1	2	3	4	5	6



1. Намечаем произвольно направления токов во всех ветвях (см схему)
2. Составляем уравнения по первому закону Кирхгофа. Для нашей схемы с четырьмя узлами нужно составить три уравнения

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 : I_2 - I_1 - I_3 = 0 & \text{- для узла А} \\
 : I_1 + I_4 + I_6 = 0 & \text{- для узла В} \\
 I_3 - I_4 + I_5 = 0 & \text{- для узла С}
 \end{array} \right.$$

Выбираем произвольно направление обхода каждого контура цепи и составляем уравнения по второму закону Кирхгофа. Контур, для которых составляются уравнения, нужно выбрать так, чтобы каждый из них включал в себя хотя бы одну ветвь не вошедшую в другие контуры.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 = E_1 - E_3 \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_5 = E_2 + E_3 \\ I_6 \cdot R_6 - I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = 0 \end{array} \right.$$

3. Получим две системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} I_2 - I_1 - I_3 = 0 \\ I_1 + I_4 + I_6 = 0 \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - 3 \cdot I_3 - 4 \cdot I_4 = 80 \\ 2 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 - 5 \cdot I_5 = 70 \\ 6 \cdot I_6 - 5 \cdot I_5 - 4 \cdot I_4 = 0 \end{array} \right.$$

составим расширенную матрицу

I1	I2	I3	I4	I5	I6	
-1	1	-1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	-1	1	0	0
1	0	-3	-4	0	0	80
0	2	3	0	-5	0	70
0	0	0	-4	-5	6	0

Решая данную матрицу с помощью онлайн калькулятора по методу Гаусса, получим следующие токи

$$I_1 = 24.872 \cdot A$$

$$I_2 = 21.333 \cdot A$$

$$I_3 = -3.538 \cdot A$$

$$I_4 = -11.128 \cdot A$$

$$I_5 = -7.59 \cdot A$$

$$I_6 = -13.744 \cdot A$$

4. Метод контурных токов.

Вводим понятие фиктивных контурных токов: I_{11}, I_{22}, I_{33} и выбираем произвольно направление каждого из них. Значения контурных токов должны быть равны по абсолютной величине значениям токов в несмежных ветвях, т.е.

$$I_{11} = I_1$$

$$I_{22} = I_2$$

$$I_{33} = I_6$$

Тогда токи во всех ветвях схемы определяются из выражений(1)

$$I_1 = I_{11}$$

$$I_2 = I_{22}$$

$$I_6 = I_{33}$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11}$$

$$I_4 = -I_{11} - I_{33}$$

$$I_5 = -I_{22} - I_{33}$$

Таким образом, при использовании методом контурных токов уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, обращаются в тождества, т.е. этот закон удовлетворяет при любых значениях контурных токов. Значит для решения задачи этим методом достаточно уравнений, составленных по 2-му закону Кирхгофа.

Составляем уравнение по 2-му закону Кирхгофа для контурных токов. Для этого подставим в первое из уравнений значения токов в ветвях приведенное в уравнениях получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{33} \cdot R_4 - I_{22} \cdot R_3 + I_{11} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) = E_1 - E_3 \\ I_{33} \cdot R_5 - I_{11} \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) = E_2 + E_3 \\ I_{11} \cdot R_4 + I_{22} \cdot R_5 + I_{33} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 \cdot I_{11} - 3 \cdot I_{22} + 4 \cdot I_{33} = 80 \\ 10 \cdot I_{22} - 3 \cdot I_{11} + 5 \cdot I_{33} = 70 \\ 4 \cdot I_{11} + 5 \cdot I_{22} + 15 \cdot I_{33} = 0 \end{array} \right.$$

Составим матрицу

J11	J22	J33	E
8	-3	4	80
-3	10	5	70
4	5	15	0

Решаем данную систему методом Гаусса с помощью инженерного калькулятора, получаем значения контурных токов

$$I_{11} = 24.87 \quad \text{А}$$

$$I_{22} = 21.33 \quad \text{А}$$

$$I_{33} = -13.74 \quad \text{А}$$

Тогда получим значения токов в ветвях

$$I_1 = I_{11} = 24.87$$

$$I_2 = I_{22} = 21.33$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11} = 21.33 - 24.87 = -3.54$$

$$I_4 = -I_{11} - I_{33} = -24.87 - (-13.74) = -11.13$$

$$I_5 = -I_{22} - I_{33} = -21.33 - (-13.74) = -7.59$$

$$I_6 = I_{33} = -13.74$$

Баланс мощностей

$$\Sigma E \cdot I = \Sigma I^2 \cdot R$$

Мощность, генерируемая источниками

$$\Sigma EI = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3$$

$$\Sigma EI = 100 \cdot 24.9 + 50 \cdot 21.3 + 20 \cdot (-3.54) = 3.484 \times 10^3 \cdot \text{Вт}$$

Суммарная мощность приемников

$$\Sigma P_{\text{пр}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_3^2 \cdot R_3 + I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6$$

$$\Sigma P_{\text{пр.}} = 24.9^2 + (-3.54)^2 \cdot 3 + 21.3^2 \cdot 2 + (-11.1)^2 \cdot 4 + (-7.59)^2 \cdot 5 + (-13.7)^2 \cdot 6 = 3.472 \times 10^3 \cdot \text{Вт}$$

Построим потенциальную диаграмму.
Примем потенциал точки а равным 0

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_{a'} = E_2 = 50 \cdot \text{В}$$

$$\varphi_d = E_2 - I_2 \cdot R_2 = 50 - 21.3 \cdot 2 = 7.4 \cdot \text{В}$$

$$\varphi_{d'} = \varphi_d + I_6 \cdot R_6 = 7.4 + -13.7 \cdot 6.0 = -74.8 \cdot \text{В}$$

$$\varphi_b = \varphi_{d'} + I_6 \cdot R_6 = 7.4 + -13.7 \cdot 6.0 = -74.8 \cdot \text{В}$$

$$\varphi_{b'} = \varphi_b - I_1 \cdot R_1 = -74.8 - 24.9 \cdot 1.0 = -99.7 \cdot \text{В}$$

$$\varphi_a = E_1 + \varphi_{b'} - I_1 \cdot R_1 = 100 + -99.7 - 24.9 \cdot 1.0 = 0.3 \cdot \text{В} \quad (\text{Можно принять равным } 0)$$

