Задача 1

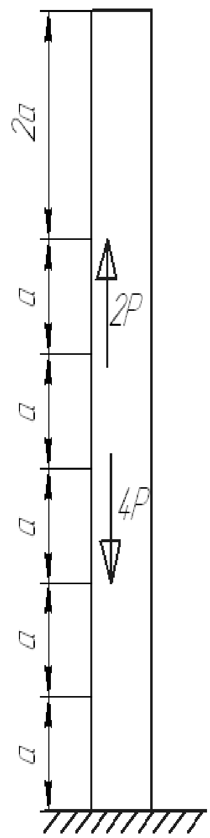
Дано:

$P = 3 \times 10^{4} \cdot H$

$a = 1.4 \cdot м$

$E = 1.2 \times 10^{11} \cdot Па$

Для определения продольных сил применим метод сечений, предварительно выделив характерные участки, границами которых являются места приложения сосредоточенных сил. На каждом участке проведем сечение и рассмотрим равновесие отсеченных частей



$\Sigma Y = 0$

$R_A - 4P + 2P = 0$

Теперь можно определить реакцию в верхней заделке:

$R_A = 4P - 2P = 4 \cdot 30 \cdot 10^{3} - 2 \cdot 30 \cdot 10^{3} = 6 \times 10^{4} \cdot H$

Используя метод сечений определим продольные силы по участкам и построим эпюру

1) участок

$N_1 = 0$

2) участок

$N_2 = 2P = 2 \cdot 30 \cdot 10^{3} = 6 \times 10^{4} \cdot H$

3) участок

$N_3 = 2P - 4P = 2 \cdot 30 \cdot 10^{3} - 4 \cdot 30 \cdot 10^{3} = -6 \times 10^{4} \cdot H$

Определим максимальную нормальную нагрузку:

$N_{max} = 6 \times 10^{4} \cdot H$

Определим площадь поперечного сечения стержня:

$I\sigma I = \dfrac{N_{max}}{F}$ где $[\sigma] = 1.6 \times 10^{8} \cdot Па$

Тогда $F = \left|\dfrac{N_{max}}{[\sigma]}\right| = \left|\dfrac{60000}{160 \cdot 10^{6}}\right| = 3.75 \times 10^{-4} \cdot м^{2}$

Определим напряжения на кажом участке:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{0}{0.000375} = 0 \cdot Па$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = \frac{60000}{0.000375} = 1.6 \times 10^{8} \cdot Па$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F} = \frac{-60000}{0.000375} = -1.6 \times 10^{8} \cdot Па$$

Определим относительные удлиниения на каждом участке:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{0}{1.2 \cdot 10^{11}} = 0.0 = 0 \cdot \frac{м}{м}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{160000000}{1.2 \cdot 10^{11}} = 0.00133 = 1.33 \times 10^{-3} \cdot \frac{м}{м}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} = \frac{-160000000}{1.2 \cdot 10^{11}} = -0.00133 = -1.33 \times 10^{-3} \cdot \frac{м}{м}$$

Определим перемещения стержня:

$$\Delta l'_1 = \frac{N_3 \cdot 2a}{E \cdot F} = \frac{-60000 \cdot 2 \cdot 1.4}{1.2 \cdot 10^{11} \cdot 0.000375} = -0.00373 = -3.73 \times 10^{-3} \cdot м$$

$$\Delta l'_2 = \Delta l'_1 + \frac{N_2 \cdot 3a}{E \cdot F} = -0.00373 + \frac{60000 \cdot 3 \cdot 1.4}{1.2 \cdot 10^{11} \cdot 0.000375} = 0.00187 = 1.87 \times 10^{-3} \cdot м$$

$$\Delta l'_3 = \Delta l'_2 = 0.00187 = 1.87 \times 10^{-3} \cdot м$$

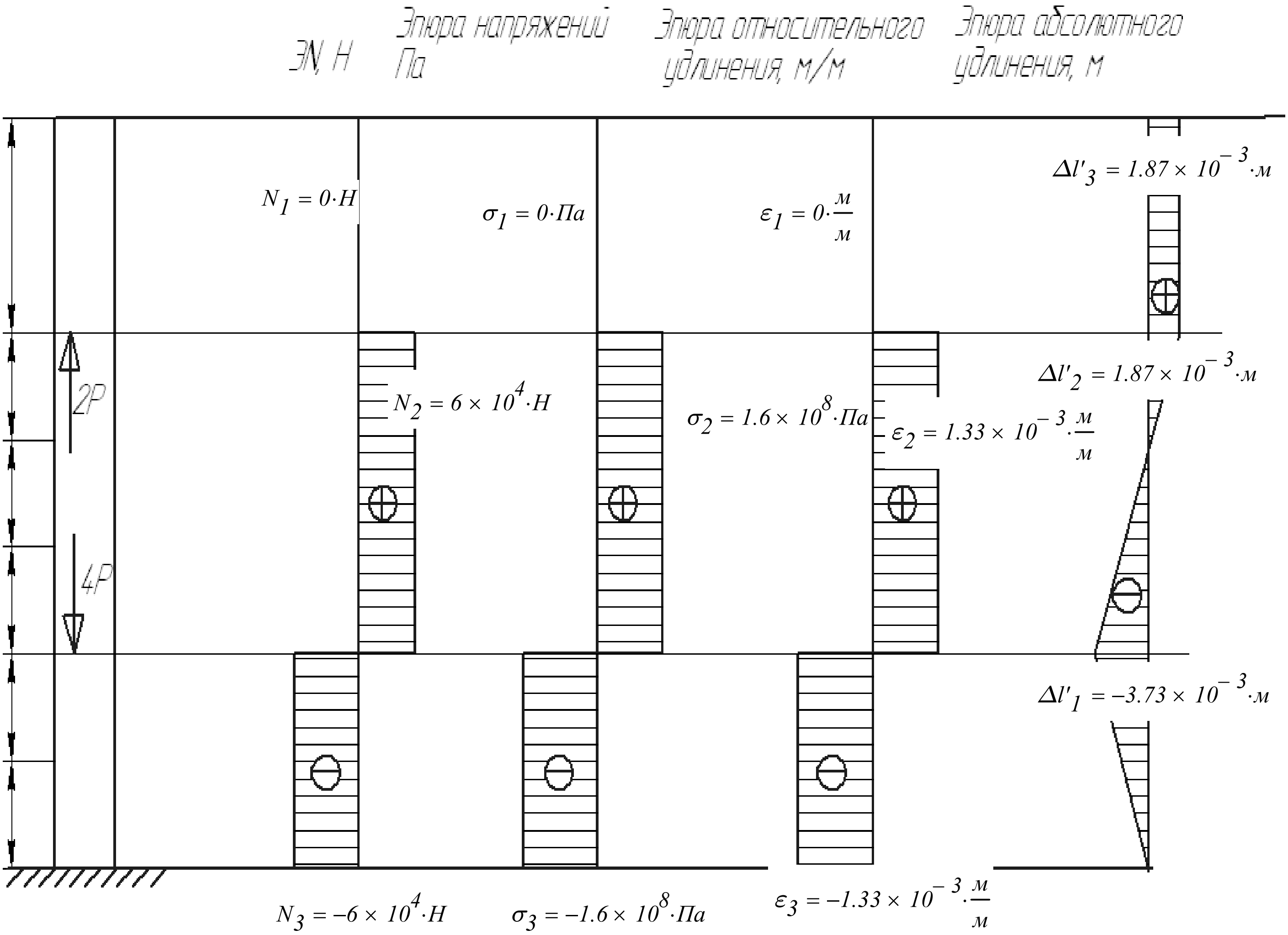
Определим перемещение сечения 1-1

$\Delta l_1 = \Delta l'_1 = -3.73 \times 10^{-3}$ расстояние относительно заделки

Составим раскрытое выражение потенциальной энергии в брусе

$$U = \sum_j \frac{N_j^2 \cdot l_j}{E \cdot F_j}$$

$$U = \frac{N_2^2 \cdot 3a}{E \cdot F} + \frac{N_3^2 \cdot 2 \cdot a}{E \cdot F} = \frac{60000^2 \cdot 3 \cdot 1.4}{1.2 \cdot 10^{11} \cdot 0.000375} + \frac{(-60000)^2 \cdot 2 \cdot 1.4}{1.2 \cdot 10^{11} \cdot 0.000375} = 560 \cdot Дж$$



Задача 2

запишем данные

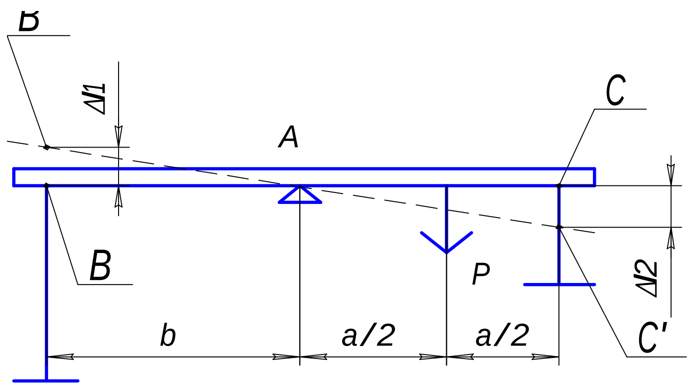
$a = 2.1 \cdot м$

$b = 1.4 \cdot м$

$l = 1.1 \cdot м$

$P = 2.8 \times 10^4 \cdot H$

$E = 2 \cdot 10^{11} \quad Па$



Решение: Рассматриваемая система статически неопределима . Степень статической неопределимости n=1. Число неизвестных - усилия в двух стержнях - на единицу превышает число уравнений.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$P \cdot \left(\frac{a}{2}\right) - N_2 \cdot l_{AC} - N_1 \cdot l_{AB} = 0$$

Еще одно уравнение составляется по условию совместимости деформирования стержней 1 и 2. Повернем блок на бесконечно малый угол. Вертикальные перемещения т. В совпадают с удлинением стержня 1, вердикальные перемещения точки С совпадают с удлинением стержня 2. Составим подобие треугольников АВВ и АСС.

$$\frac{BB'}{CC'} = \frac{AB}{AC} \qquad l_{AB} = b \qquad l_{BB'} = \Delta l_1$$

$$l_{AC} = a \qquad l_{CC'} = \Delta l_2$$

Отсюда

$$\Delta l_1 \cdot l_{AC} = \Delta l_2 \cdot l_{AB}$$ тогда

$$\frac{N_1 \cdot 2 \cdot l \cdot l_{AC}}{2E \cdot F} = \frac{N_2 \, l \cdot l_{AB}}{E \cdot F}$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} N_1 \cdot 2 \cdot l \cdot l_{AC} - 2 \cdot N_2 \cdot l \cdot l_{AB} = 0 \\ P \cdot \left(\frac{a}{2}\right) - N_2 \cdot l_{AC} - N_1 \cdot l_{AB} = 0 \end{cases}$$

где $l = 1.1 \quad м$ $\quad a = 2.1\,м$

$l_{AC} = 2.1\ м$

$l_{AB} = 1.4 \quad м$

$$\Rightarrow \quad N_1 = 6.461 \times 10^3 \quad H$$

$$N_2 = 9.692 \times 10^3 \quad H$$

Отсюда найдем напряжения

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{6461.0}{F} = \frac{6461.0}{F} \\ \sigma_2 = \frac{N_2}{2 \cdot F} = \frac{9692.0}{2 \cdot F} = \frac{4846.0}{F} \end{cases}$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям определим площадь поперечного сечения стержня.

$$I\sigma I = 200 \cdot 10^6 \ \ Па$$

тогда $\quad I\sigma I = \frac{N}{F} \qquad \sigma = \frac{6461}{F}$

$$F = \frac{6461.0}{200 \cdot 10^6} = 3.231 \times 10^{-5} \cdot м^2$$

Задача 3

Изгибающие моменты, н*м

Ma= 240000

Сосредоточенные силы, Н

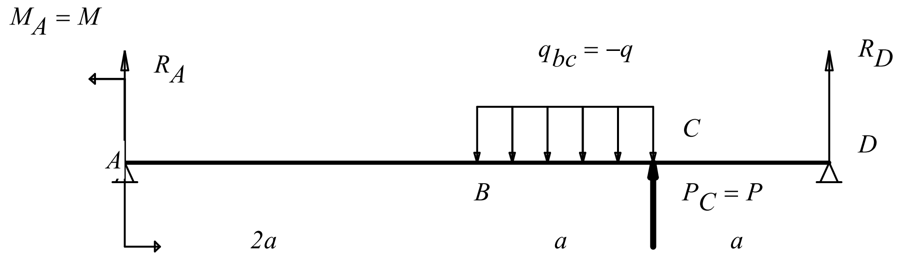
Pc= 25000

Распределенные нагрузки, Н/м

qbc= -6000

Длины участков, м

lab= 3 lbc= 1,5 lcd= 1,5



Решение: Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма momментов относительно опоры A равна 0

ΣMa=0

$$M_a + P_c\cdot(l_{ab} + l_{bc}) + R_d\cdot(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) - l_{bc}\cdot q_{bc}\cdot\left(l_{ab} + \frac{l_{bc}}{2}\right) = 0$$

$$R_d = -\frac{M_a + P_c\cdot(l_{ab} + l_{bc}) - l_{bc}\cdot q_{bc}\cdot\left(l_{ab} + \frac{l_{bc}}{2}\right)}{l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}}$$

$$R_d = -\frac{240000 + 25000\cdot(3 + 1.5) - 1.5\cdot 6000\cdot\left(3 + \frac{1.5}{2}\right)}{3 + 1.5 + 1.5}$$

$$= -53125.0 = -5.313\times 10^{4}\cdot H$$

Сумма momментов относительно опоры D равна 0

ΣMd

$$M_a - P_c\cdot l_{cd} - R_a\cdot(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) + l_{bc}\cdot q_{bc}\cdot\left(\frac{l_{bc}}{2} + l_{cd}\right) = 0$$

$$R_a = \frac{M_a - P_c\cdot l_{cd} + l_{bc}\cdot q_{bc}\cdot\left(\frac{l_{bc}}{2} + l_{cd}\right)}{l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}}$$

$$R_a = \frac{240000 - 25000\cdot 1.5 + 1.5\cdot 6000\cdot\left(\frac{1.5}{2} + 1.5\right)}{3 + 1.5 + 1.5}$$

$$= 37125.0 = 3.712\times 10^{4}\cdot H$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma Y = P_c + R_a + R_d - l_{bc} \cdot q_{bc} = 0$$

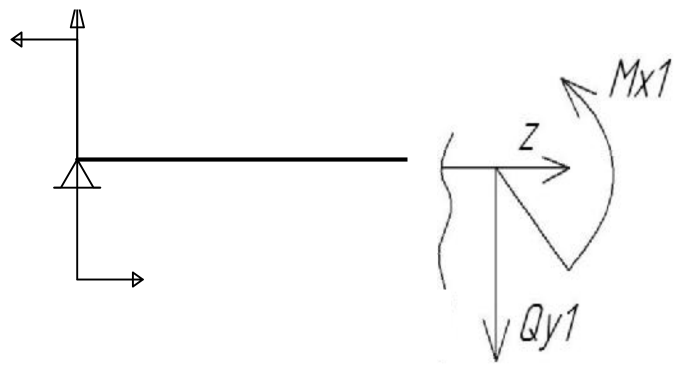
$$\Sigma Y = 25000 + R_a + R_d - 1.5 \cdot 6000 = 0$$

$$\Sigma Y = 25000 - 1.5 \cdot 6000 + 37125 + -53125 = 0$$

Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \le z_1 \le l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{1x} = R_a \cdot z_1 - M_a$$

$$Q_{1y} = R_a$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{1x} = 37125 \cdot 0 - 240000 = -2.4 \times 10^5 \cdot Н \cdot м$$

$$Q_{1y} = 37125 = 3.712 \times 10^4 \cdot Н$$

при $z_1 = \dfrac{l_{ab}}{2} = 1.5 \cdot м$

$$M'_{1x} = 37125 \cdot 1.5 - 240000 = -1.843 \times 10^5 \cdot Н \cdot м$$

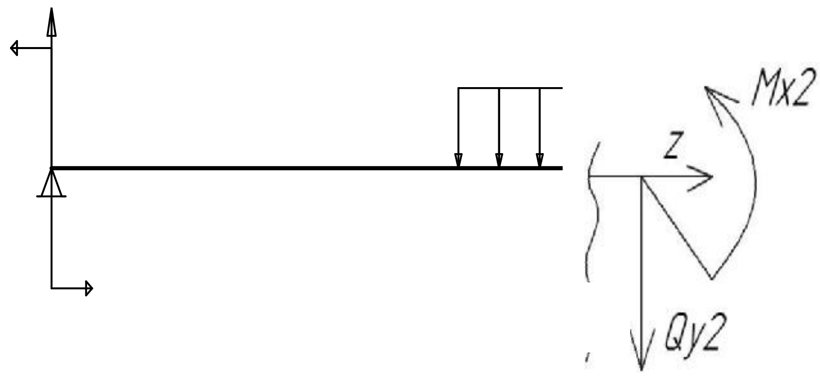
$$Q'_{1y} = 37125 = 3.712 \times 10^4 \cdot Н$$

при $z_1 = l_{ab} = 3 \cdot м$

$$M''_{1x} = 37125 \cdot 3 - 240000 = -1.286 \times 10^5 \cdot Н \cdot м$$

$$Q''_{1y} = 37125 = 3.712 \times 10^4 \cdot Н$$

2 участок $0 \le z_2 \le l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = R_a \cdot (l_{ab} + z_2) - \frac{q_{bc} \cdot z_2^2}{2} - M_a$$

$$Q_{2y} = R_a - q_{bc} \cdot z_2$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = 37125 \cdot (3 + 0) - \frac{6000 \cdot 0^2}{2} - 240000 = -1.286 \times 10^5 \cdot Н \cdot м$$

$$Q_{2y} = 37125 - 6000 \cdot 0 = 3.712 \times 10^4 \cdot Н$$

при $z_2 = \frac{l_{bc}}{2} = 0.75 \cdot м$

$$M'_{2x} = 37125 \cdot (3 + 0.75) - \frac{6000 \cdot 0.75^2}{2} - 240000 = -1.025 \times 10^5 \cdot Н \cdot м$$

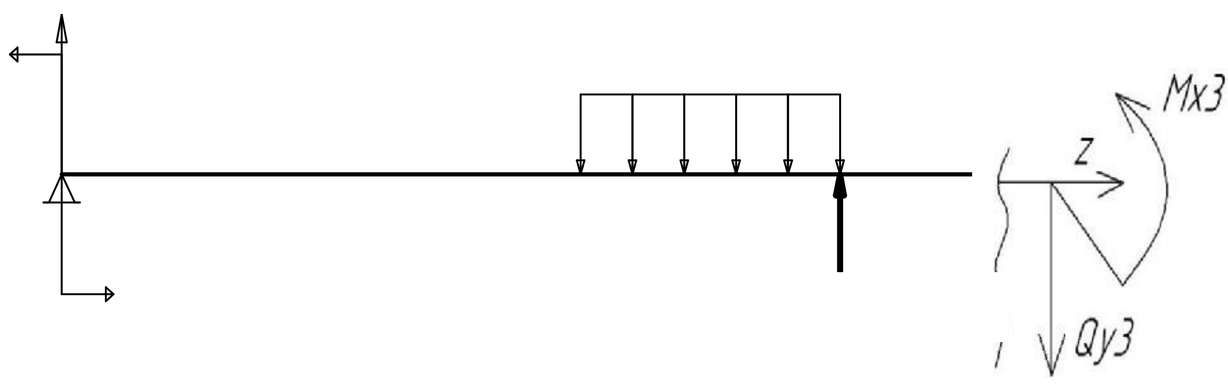
$$Q'_{2y} = 37125 - 6000 \cdot 0.75 = 3.263 \times 10^4 \cdot Н$$

при $z_2 = l_{bc} = 1.5 \cdot м$

$$M''_{2x} = 37125 \cdot (3 + 1.5) - \frac{6000 \cdot 1.5^2}{2} - 240000 = -7.969 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$$

$$Q''_{2y} = 37125 - 6000 \cdot 1.5 = 2.813 \times 10^4 \cdot Н$$

3 участок $0 \le z_3 \le l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3x} = R_a \cdot (l_{ab} + l_{bc} + z_3) - M_a + P_c \cdot z_3 - l_{bc} \cdot q_{bc} \cdot \left(\frac{l_{bc}}{2} + z_3\right)$$

$$Q_{3y} = P_c + R_a - l_{bc} \cdot q_{bc}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = 37125 \cdot (3 + 1.5 + 0) - 240000 + 25000 \cdot 0 - 1.5 \cdot 6000 \cdot \left(\frac{1.5}{2} + 0\right) = -7.969 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$$

$$Q_{3y} = 25000 + 37125 - 1.5 \cdot 6000 = 5.313 \times 10^4 \cdot Н$$

при $z_3 = \frac{l_{cd}}{2} = 0.75 \cdot м$

$$M'_{3x} = 37125 \cdot (3 + 1.5 + 0.75) - 240000 + 25000 \cdot 0.75 - 1.5 \cdot 6000 \cdot \left(\frac{1.5}{2} + 0.75\right) = -3.984 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$$

$$Q'_{3y} = 25000 + 37125 - 1.5 \cdot 6000 = 5.313 \times 10^4 \cdot Н$$

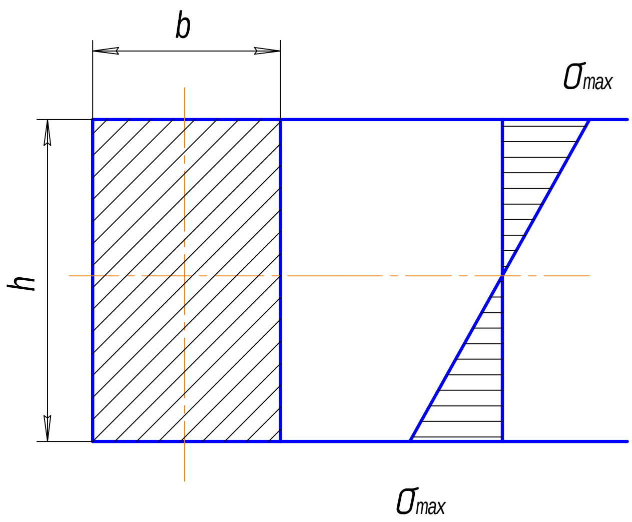
при $z_3 = l_{cd} = 1.5 \cdot м$

$$M''_{3x} = 37125 \cdot (3 + 1.5 + 1.5) - 240000 + 25000 \cdot 1.5 - 1.5 \cdot 6000 \cdot \left(\frac{1.5}{2} + 1.5\right) = 0 \cdot Н \cdot м$$

$$Q''_{3y} = 25000 + 37125 - 1.5 \cdot 6000 = 5.313 \times 10^4 \cdot Н$$

По условию прочности подбираем рациональный профиль из семи заданных ниже форм

Допустимое нормальное напряжение



$$[\sigma] = 1.6 \times 10^8 \cdot Па$$

Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \le I\sigma I$$

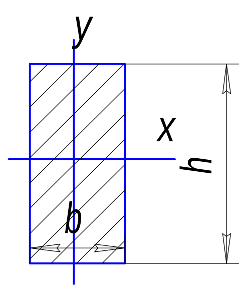
тогда расчетный осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x = \frac{|M_{max}|}{I\sigma I} = \frac{|240000.0|}{200 \cdot 10^6} = 0.0012 = 1.2 \times 10^{-3} \cdot м^3$$

$$W_x = 1.199 \times 10^3 \cdot см^3$$

Определяем размеры наиболее распространенных балок

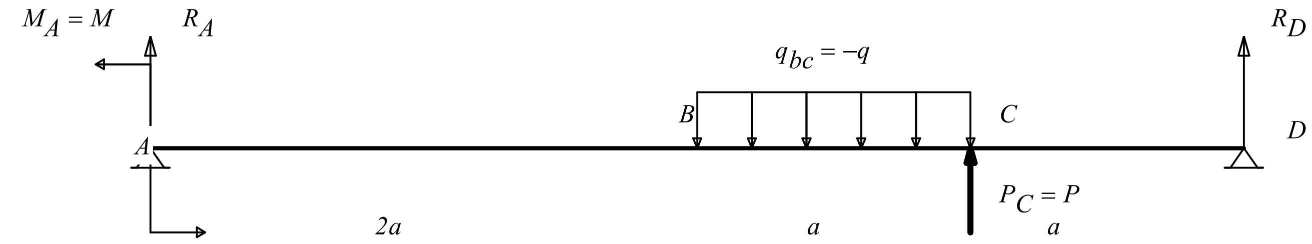
а) прямоугольник

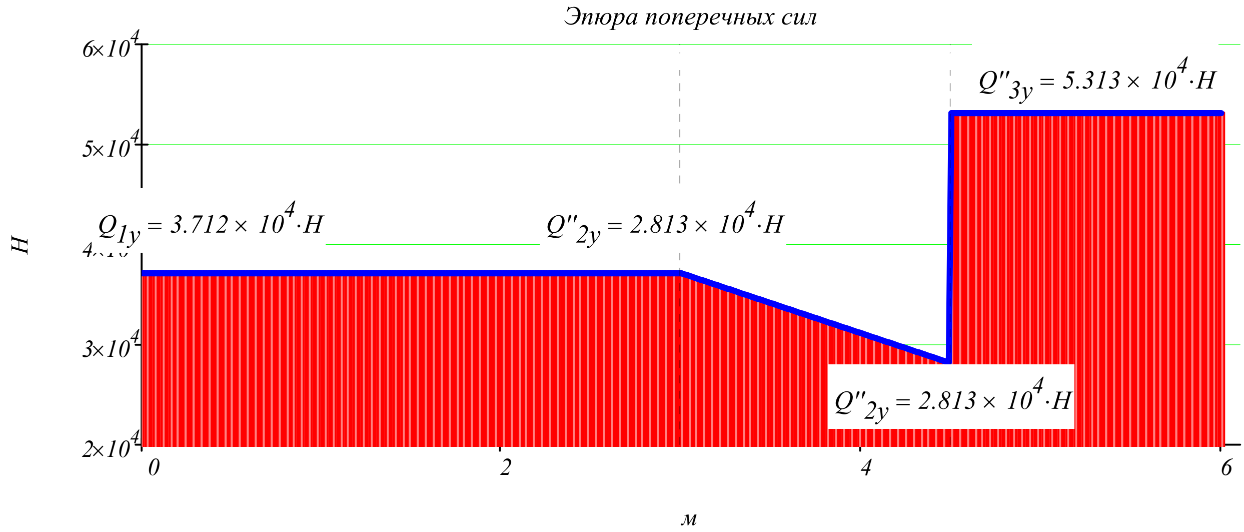


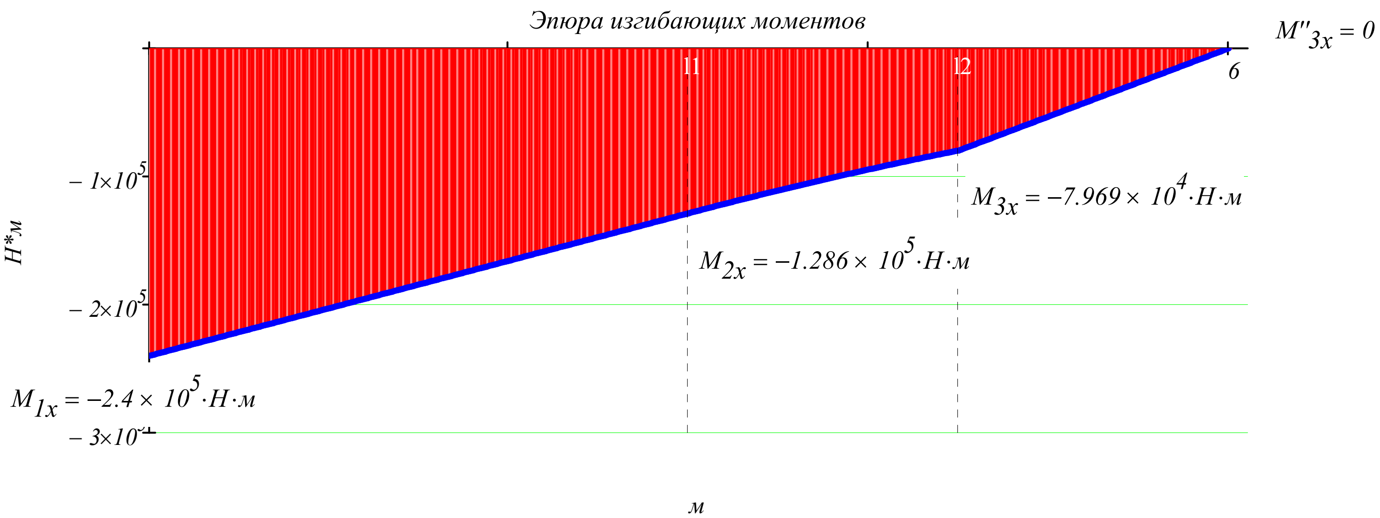
$$h = 2 \cdot b$$

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1199.0}{2}} = 12.2 = 12.2 \cdot см$$


$M_A = M$
R_A
R_D
$q_{bc} = -q$
A
B
C
D
$P_C = P$
2a
a
a


Эпюра поперечных сил
$Q_{1y} = 3.712 \times 10^4 \cdot H$
$Q''_{2y} = 2.813 \times 10^4 \cdot H$
$Q''_{3y} = 5.313 \times 10^4 \cdot H$
$Q''_{2y} = 2.813 \times 10^4 \cdot H$
H
м


Эпюра изгибающих моментов
$M''_{3x} = 0$
$M_{3x} = -7.969 \times 10^4 \cdot H \cdot м$
$M_{2x} = -1.286 \times 10^5 \cdot H \cdot м$
$M_{1x} = -2.4 \times 10^5 \cdot H \cdot м$
l1
l2
H*м
м

4 задача

Запишем данные:

$a = 1.6 \quad м$

$b = 1.5 \quad м$

$c = 1.8 \quad м$

$N_1 = 4 \times 10^4 \quad Вт$

$N_2 = 6 \times 10^4 \quad Вт$

$n_0 = 1.5 \times \frac{об}{мин}$

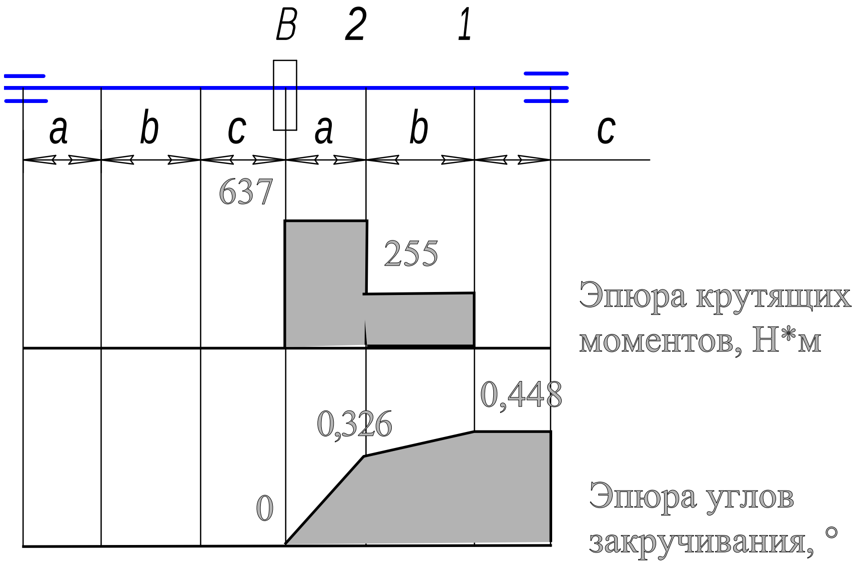
$\varphi = 2 \cdot °$

$\tau = 160 \cdot 10^6 \quad Па$

$$\theta = \frac{\varphi}{(a + b + c) \cdot 2}$$

$\theta = 0.204 \cdot град$
на 1 м

$G = 8 \cdot 10^{10} \quad Па$



Пусть к валу передается через ведущий шкив вращение с заданной скоростью и снимаются мощности N.c рабочих шкивов. Необходимо построить эпюру крутящих моментов. Из условия прочности и жесткости определить диаметр вала. Построить эпюру касательных напряжений в опасном сечении и эпюру угла закручивания по длине. Как изменится диаметр вала , если взять вал кольцевого сечения.

Решение: По мощности находим крутящие моменты

$$M = \frac{30 \cdot N}{3.14 \cdot n_0}$$

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{30 \cdot N_1}{3.14 \cdot n_0} = \dfrac{30 \cdot 40000}{3.14 \cdot 1500} = 255.0 \\[2ex] M_2 = \dfrac{30 \cdot N_2}{3.14 \cdot n_0} = \dfrac{30 \cdot 60000}{3.14 \cdot 1500} = 382.0 \end{cases}$$

тогда $\quad M_1 = 255 \quad Н \cdot м \qquad M_2 = 382 \quad Н \cdot м$

По найденным моментам сроим эпюру. Максимальный крутящий момент равен

$$M_{k.max} = M_1 + M_2 = 255.0 + 382.0 = 637.0 \qquad Н \cdot м$$

Из условия прочности находим:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{k.max}}{3.14 \cdot \tau}}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{k.max}}{3.14 \cdot \tau}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 637.0}{3.14 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0.0273 \qquad м$$

Из условия на жесткость:

$$d_2 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{k.max}}{3.14 \cdot G \cdot \theta}}$$

$$d_2 = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{k.max}}{3.14 \cdot G \cdot \theta}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 637.0}{3.14 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot \theta}} = 0.069 \qquad м$$

Окончательно примем:

$$d = 0.069 \quad м$$

Угол закручивания определим по формуле, закрепив одно из сечений, например прикрепление ведущего шкива.

$$\varphi_1 = \frac{\left(M_1 + M_2\right) \cdot (a) \cdot 32}{G \cdot 3.14 \cdot d^4} = \frac{(255.0 + 382.0) \cdot 1.6 \cdot 32}{8 \cdot 10^{10} \cdot 3.14 \cdot 0.0691^4} = 0.00569 \qquad радиан$$

Тогда $\quad \varphi_1 = 0.326 \cdot град$

$$\varphi_2 = \frac{M_1 \cdot (b) \cdot 32}{G \cdot 3.14 \cdot d^4} + \varphi_1 = \frac{255.0 \cdot 1.5 \cdot 32}{8 \cdot 10^{10} \cdot 3.14 \cdot 0.0691^4} + 0.00569 = 7.827 \times \quad радиан$$

Тогда $\quad \varphi_2 = 0.448 \cdot град$