

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ШАРОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: проверка выполнения законов сохранения энергии и импульса при упругом и неупругом ударах.

ПРИБОРЫ И МАТЕРИАЛЫ: лабораторная установка, набор шаров.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Примером применения законов сохранения импульса и энергии при решении реальной физической задачи является удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Удар (или соударение) — это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Силы взаимодействия между сталкивающимися телами (ударные или мгновенные силы) столь велики, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет систему тел в процессе их соударения приближенно рассматривать как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения.

Тела во время удара претерпевают деформацию. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Во время удара имеет место перераспределение энергии между соударяющимися телами. Отношение кинетических энергий тел после $W_{\text{п}}$ и до $W_{\text{д}}$ удара называется **коэффициентом восстановления ε** :

$$\varepsilon = W_{\text{п}} / W_{\text{д}}.$$

Если для сталкивающихся тел $\varepsilon < 1$, то такие тела называются **абсолютно неупругими**, если $\varepsilon = 1$ — **абсолютно упругими**. На практике для всех тел $0 < \varepsilon < 1$ (например, для стальных шаров $\varepsilon = 0,56$, для шаров из слоновой кости $\varepsilon = 0,89$, для свинца $\varepsilon = 0$). Однако в некоторых случаях тела можно с большой степенью точности рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие.

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения, называется **линией удара**. Удар называется **центральный**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате

которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций, т.е. наблюдается упругая деформация и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию (подчеркнем, что это идеализированный случай).

Деформация называется **упругой**, если после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму. Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются **пластическими (или остаточными)**. Деформации реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают.

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу.

При центральном абсолютно неупругом ударе шаров между ними действуют силы, зависящие не от самих деформаций, а от их скоростей, то мы имеем дело с силами, подобными силам трения, поэтому закон сохранения механической энергии не должен соблюдаться. Вследствие деформаций происходит «потеря» кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии.

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются **внутренними**. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой (или изолированной)**. Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т. е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Векторная величина $\vec{p} = m \cdot \vec{u}$ численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется **импульсом (количеством движения)** этой материальной точки.

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Математическое выражение этого закона

$$p = \sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const},$$

где m_i и v_i — масса и скорость i -го тела системы, состоящей из n тел.

Энергия — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др.

Кинетическая энергия механической системы — это энергия механического движения этой системы.

Потенциальная энергия — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются **потенциальными**, а силы, действующие в них, — **консервативными**. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется **диссипативной**; ее примером является сила трения.

Закон сохранения энергии: в замкнутой системе тел, между которыми действует только консервативные силы, механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Законы сохранения энергии и импульса принадлежат к фундаментальным законам природы, и их экспериментальная проверка представляет особый интерес. При изучении удара шаров это можно проделать простым и наглядным способом.

Рассмотрим упругий и неупругий удар для двух шаров.

Случай упругого удара. До столкновения сумма импульсов системы шаров равна сумме импульсов после удара:

$$p_0 + p = p_1 + p_2.$$

или для модулей импульсов:

$$m_1 \cdot v_0 + m_2 \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2,$$

где m_1 и v_0, v_1 – масса и скорость ударяющего шара;

m_2 и v, v_2 – масса и скорость ударяемого шара.

Пусть до удара второй шар находится в покое: $v = 0$ и $p = 0$, тогда импульс до удара

$$p_0 = m_1 \cdot v_0. \quad (1)$$

После упругого удара для модулей импульсов шаров:

$$p = m_2 \cdot v_2 \pm m_1 \cdot v_1, \quad (2)$$

при отклонении шаров в одну сторону берется знак «+», а в противоположные знак «-».

С учетом направления вектора скорости импульс до и после удара определяется как

$$m_1 \cdot v_0 = m_2 \cdot v_2 - m_1 \cdot v_1,$$

где v_1 и v_2 – скорости ударяющего и ударяемого шаров сразу после удара.

Для определения величин скоростей шаров воспользуемся следующим соображением.

В начальном положении отклоним ударяющий шар на угол α_0 . При этом центр шара поднимается на высоту

$$h = l - l \cdot \cos \alpha_0 = l(1 - \cos \alpha_0) = 2 \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2},$$

где l – длина нити на которой подвешан шар.

Шар получит потенциальную энергию:

$$W_p = m_1 \cdot g \cdot h = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}.$$

Согласно закону сохранения энергии, потенциальная энергия в нижней точке перейдет в кинетическую энергию:

$$W_k = W_p = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}.$$

Используя определение кинетической энергии, получим формулу для скорости:

$$W_k = \frac{m_1 \cdot v_0^2}{2} = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2},$$

$$v_0 = 2 \sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (3)$$

Значит, скорость ударяющего шара в нижней точке траектории зависит от начального угла отклонения α_0 .

Соответственно скорости шаров после ударов:

$$v_1 = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}, \quad (4)$$

$$v_2 = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}, \quad (5)$$

где α_1 - угол отклонения ударяющего шара после удара;

α_2 - угол отклонения ударяемого шара после удара.

Случай неупругого удара. Импульс шаров после неупругого удара

$$p_3 = (m_1 + m_3) \cdot v_3. \quad (6)$$

Так как до удара второй шар находится в покое: $v = 0$ и $p = 0$, тогда импульс до удара

$$p_0 = m_1 \cdot v_0,$$

и импульс до и после удара будет равен

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_3) v_3,$$

где v_3 - скорость шаров, движущихся вместе после неупругого удара.

Общая скорость шаров

$$v_3 = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_3}{2}, \quad (7)$$

где α_3 - угол, на который отклонятся оба шара после неупругого удара.

Энергия шаров до удара равна кинетической энергии первого шара, поскольку второй неподвижен:

$$W_k = \frac{m_1 v_0^2}{2} = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}. \quad (8)$$

После упругого удара энергия шаров

$$W = W_1 + W_2. \quad (9)$$

$$W_1 = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}. \quad (10)$$

$$W_2 = 2 \cdot m_2 \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}. \quad (11)$$

$$W = 2 \cdot g \cdot l \cdot (m_1 \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + m_2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}).$$

После неупругого удара энергия шаров

$$W_3 = 2(m_1 + m_3) \cdot g \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_3}{2}, \quad (12)$$

Коэффициент восстановления энергии для упругого удара

$$\varepsilon = W_k/W. \quad (13)$$

Коэффициент восстановления энергии для неупругого удара

$$\varepsilon = W_k/W_3. \quad (14)$$

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Основание прибора установлено на регулирующих ножках, которыми можно установить прибор по уровню.

На основании закреплена колонка с нижним и верхним кронштейнами. На верхнем кронштейне укреплены стержни и вороток для установки расстояния между шарами. На стержнях надеты держатели и втулки, фиксируемые винтами с подвесками шаров. На нижнем кронштейне закреплены шкалы и электромагнит. Электромагнит можно передвигать вдоль шкалы и фиксировать винтами угол отклонения шара α_0 .

Опыт 1

исходное значение $\alpha_0 = 12.5^\circ$

Оба шарика стальные

$$m_1 = 0.115 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0.115 \text{ кг}$$

Длина нити $l = 0.455 \text{ м}$

Углы отклонения ударяемого шарика (ударяющий шар отсоединяется, передав кинетическую энергию ударяемому шару)

$$\alpha_1 = 7.5^\circ$$

$$\alpha_2 = 8^\circ$$

$$\alpha_3 = 7.5^\circ$$

$$\alpha_4 = 7^\circ$$

$$\alpha_5 = 7.5^\circ$$

Среднее значение

$$\alpha_{cp} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5}{5} = \frac{7.5^\circ + 8^\circ + 7.5^\circ + 7^\circ + 7.5^\circ}{5} = 7.5^\circ$$

Определяем скорости до удара и после удара

Скорость шарика до удара

$$v_0 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2} = 2\sqrt{9.8 \times 0.455} \sin \frac{12.5^\circ}{2} = 4.223 \sin(6.25^\circ) = 0.46 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Скорость ударяемого шарика после удара

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_{cp}}{2} = 2\sqrt{9.8 \times 0.455} \sin \frac{7.5^\circ}{2} = 4.223 \sin(3.75^\circ) = 0.276 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Скорость ударяющего шарика после удара

$$v_2 = 0$$

Импульсы шаров до и после удара

ударяющего шарика до удара

$$p_0 = v_0 m_1 = 0.45974481249984639 \times 0.115 = 0.0529 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Ударяемого шарика после удара

$$p_1 = v_1 m_2 = 0.115 \times 0.27619741473889414 = 0.03176 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Ударяющего шарика после удара

$$p_2 = 0$$

Кинетические энергии шариков до и после удара

ударяющего шарика до удара

$$W_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{0.115 \times 0.45974481249984639^2}{2} = 0.0122 \quad \text{Дж}$$

Ударяемого шарика после удара

$$W_1 = \frac{m_2 v_1^2}{2} = \frac{0.115 \times 0.27619741473889414^2}{2} = 0.004386 \quad \text{Дж}$$

Ударяющего шарика после удара

$$W_2 = 0$$

Коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{W_1}{W_0} = \frac{0.004386}{0.0122} = 0.3595$$

Опыт 2 Неупругий удар

исходное значение $\alpha_0 = 12.5^\circ$

Удаляемый шарик стальной. Удаляющий - пластилиновый

$$m_1 = 0.115 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0.045 \text{ кг}$$

$$\text{Длина нити } l = 0.46 \text{ м}$$

Углы отклонения удаляемого шарика (в процессе удара происходит деформация пластмассового шарика, дальнейшее движение происходит совместно со стальным шариком)

$$\alpha_1 = 3^\circ$$

$$\alpha_2 = 3.1^\circ$$

$$\alpha_3 = 3.2^\circ$$

$$\alpha_4 = 3.5^\circ$$

$$\alpha_5 = 3.4^\circ$$

Среднее значение

$$\alpha_{cp} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5}{5} = \frac{3^\circ + 3.1^\circ + 3.2^\circ + 3.5^\circ + 3.4^\circ}{5} = 3.24^\circ$$

Определяем скорости до удара и после удара

Скорость шарика до удара

$$v_0 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2} = 2\sqrt{9.8 \times 0.46} \sin \frac{12.5^\circ}{2} = 4.246 \sin(6.25^\circ) = 0.462 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Общая скорость шариков после удара

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_{cp}}{2} = 2\sqrt{9.8 \times 0.46} \sin \frac{3.24^\circ}{2} = 4.246 \sin(1.62^\circ) = 0.12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Импульсы шаров до и после удара

удаляющего шарика до удара

$$p_0 = v_0 m_1 = 0.46224875062144161 \times 0.115 = 0.0532 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Общий импульс шаров после удара

$$p_1 = (m_2 + m_1) v_1 = (0.045 + 0.115) \times 0.12003682650658025 = 0.01921 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Кинетические энергии шариков до и после удара

ударяющего шарика до удара

$$W_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{0.115 \times 0.46224875062144161^2}{2} = 0.0123 \quad \text{Дж}$$

Ударяемого и ударяемого шарика после удара

$$W_1 = \frac{(m_2 + m_1) v_1^2}{2} = \frac{(0.045 + 0.115) \times 0.12003682650658025^2}{2} = 0.001153 \quad \text{Дж}$$

Коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{W_1}{W_0} = \frac{0.001153}{0.0123} = 0.09374$$

Как видим, при неупругом ударе коэффициент восстановления энергии для неупругого удара весьма мал.

Энергия, затраченная на деформацию пластилинового шара

$$W_d = W_0 - W_1 = 0.0123 - 0.001153 = 0.011 \quad \text{Дж}$$

При упругом ударе в нашем случае значительная часть кинетической энергии ударяющего шарика при ударе передается в кинетическую энергию ударяемого шарика, часть передается в результате деформации(упругой) в тепловую энергию шариков и на совершение деформации поверхности шариков

При неупругом ударе значительная часть кинетической энергии ударяющего шарика передается при ударе в тепловую энергию шариков, а также на совершение работы деформации пластилинового шарика.