1	1	1	1

$a = 1 \cdot м$

$q = 3 \cdot 10^3 = 3 \times 10^3 \cdot \frac{Н}{м}$

$P = q \cdot a = 3 \cdot 10^3 = 3 \times 10^3 \cdot Н$

$M = 5.5 \cdot q \cdot a^2 = 5.5 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1^2 = 1.65 \times 10^4 \cdot Н \cdot м$

$n = 5$

Изгибающие моменты, н*м

Ma= -16500

Сосредоточенные силы, Н

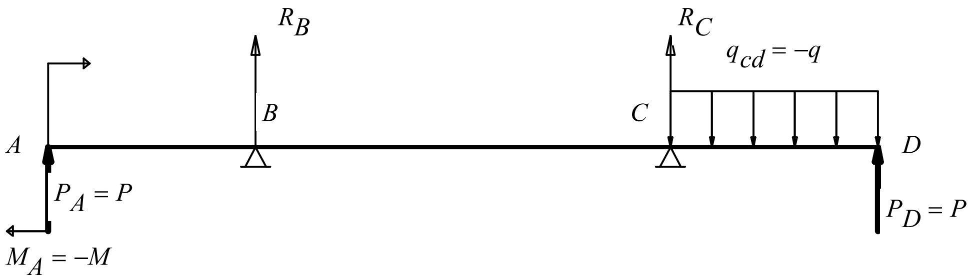
Pa= 3000 Pd= 3000

Распределенные нагрузки, Н/м

qcd= -3000

Длины участков, м

lab= 1 lbc= 2 lcd= 1



Решение: Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма momментов относительно опоры B равна 0

ΣMb=0

$$P_d \cdot (l_{bc} + l_{cd}) - M_a - P_a \cdot l_{ab} + R_c \cdot l_{bc} - l_{cd} \cdot q_{cd} \cdot \left(l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2}\right) = 0$$

$$R_c = \frac{M_a - P_d\cdot(l_{bc} + l_{cd}) + P_a\cdot l_{ab} + l_{cd}\cdot q_{cd}\cdot\left(l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2}\right)}{l_{bc}}$$

$$R_c = \frac{16500 - 3000\cdot(2 + 1) + 3000\cdot 1 + 1\cdot 3000\cdot\left(2 + \frac{1}{2}\right)}{2}$$

$$R_c = 9000.0 = 9 \times 10^3\cdot H$$

Сумма момментов относительно опоры C равна 0

ΣMc=0 $$P_d\cdot l_{cd} - \frac{q_{cd}\cdot l_{cd}^2}{2} - M_a - P_a\cdot(l_{ab} + l_{bc}) - R_b\cdot l_{bc} = 0$$

$$R_b = -\frac{\frac{q_{cd}\cdot l_{cd}^2}{2} - P_d\cdot l_{cd} + M_a + P_a\cdot(l_{ab} + l_{bc})}{l_{bc}}$$

$$R_b = -\frac{\frac{3000\cdot 1^2}{2} - 3000\cdot 1 + 16500 + 3000\cdot(1 + 2)}{2}$$

$$R_b = -12000.0 = -1.2 \times 10^4\cdot H$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

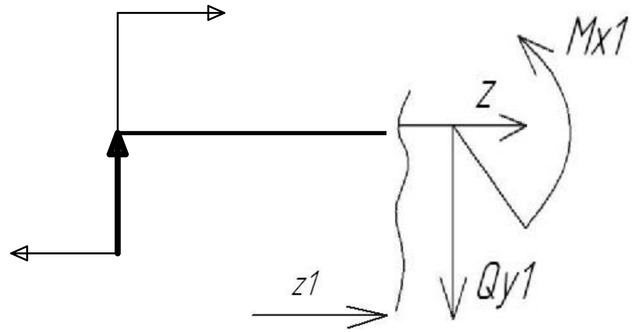
$$\Sigma Y = P_a + P_d + R_b + R_c - l_{cd}\cdot q_{cd} = 0$$

$$\Sigma Y = 3000 + 3000 + R_b + R_c - 1\cdot 3000 = 0$$

$\Sigma Y = 3000 + 3000 - 3000 + -12000 + 9000 = 0$ Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \le z_1 \le l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$M_{1x} = M_a + P_a \cdot z_1$

$Q_{1y} = P_a$

Подставляя числовые значения, получим

$M_{1x} = 16500 + 3000 \cdot 0 = 1.65 \times 10^4 \cdot H \cdot м$

$Q_{1y} = 3000 = 3 \times 10^3 \cdot H$

при $z_1 = \frac{l_{ab}}{2} = 0.5 \cdot м$

$M'_{1x} = 16500 + 3000 \cdot 0.5 = 1.8 \times 10^4 \cdot H \cdot м$

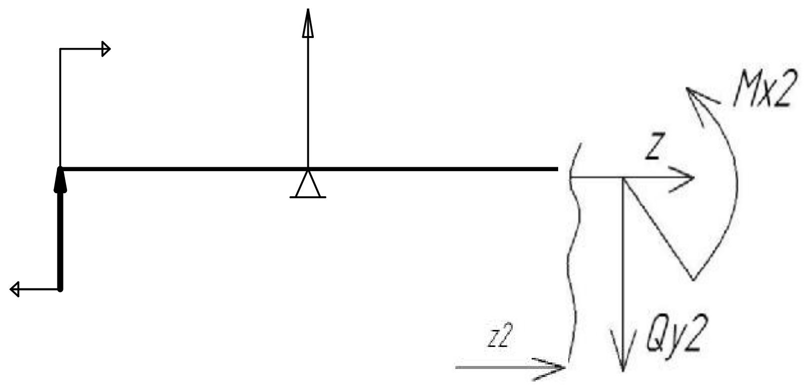
$Q'_{1y} = 3000 = 3 \times 10^3 \cdot H$

при $z_1 = l_{ab} = 1 \cdot м$

$$M''_{1x} = 16500 + 3000 = 1.95 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

$$Q''_{1y} = 3000 = 3 \times 10^3 \cdot H$$

2 участок $0 \le z_2 \le l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = \left(l_{ab} + z_2\right) \cdot P_a + M_a + R_b \cdot z_2$$

$$Q_{2y} = P_a + R_b$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = (1 + 0) \cdot 3000 + 16500 + -12000 \cdot 0 = 1.95 \times 10^4 \cdot H \cdot м$$

$$Q_{2y} = 3000 + -12000 = -9 \times 10^3 \cdot H$$

при $z_2 = \dfrac{l_{bc}}{2} = 1 \cdot м$

$$M'_{2x} = (1 + 1)\cdot 3000 + 16500 + (-12000) = 1.05 \times 10^{4}\cdot Н\cdot м$$

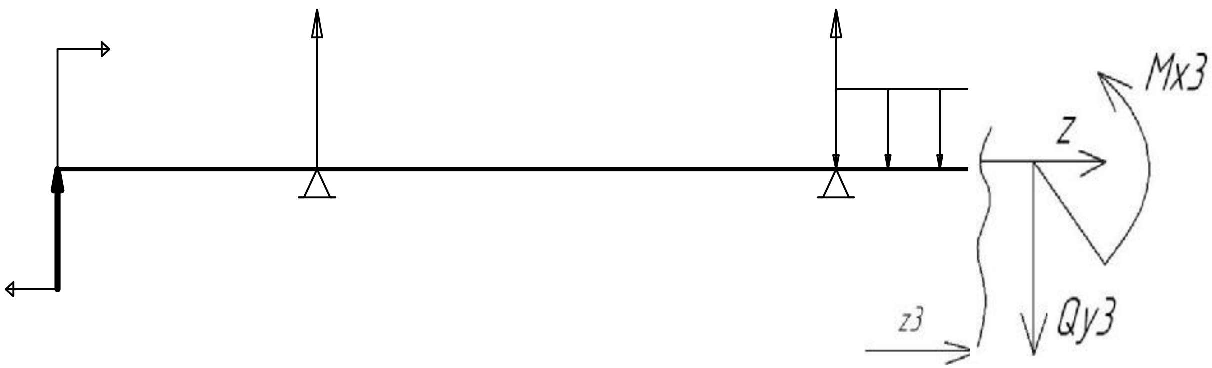
$$Q'_{2y} = 3000 + -12000 = -9 \times 10^{3}\cdot Н$$

при $z_2 = l_{bc} = 2\cdot м$

$$M''_{2x} = (1 + 2)\cdot 3000 + 16500 + -12000\cdot 2 = 1.5 \times 10^{3}\cdot Н\cdot м$$

$$Q''_{2y} = 3000 + -12000 = -9 \times 10^{3}\cdot Н$$

3 участок $0 \le z_3 \le l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3x} = \left(l_{ab} + l_{bc} + z_3\right)\cdot P_a + M_a - \frac{q_{cd}\cdot z_3^{2}}{2} + R_b\cdot\left(l_{bc} + z_3\right) + R_c\cdot z_3$$

$$Q_{3y} = P_a + R_b + R_c - q_{cd}\cdot z_3$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = (1 + 2 + 0)\cdot 3000 + 16500 - \frac{3000\cdot 0^{2}}{2} + -12000\cdot(2 + 0) + 9000\cdot 0 = 1.5 \times 10^{3}\cdot Н\cdot м$$

$$Q_{3y} = 3000 + -12000 + 9000 - 3000\cdot 0 = 0\cdot H$$

при $z_3 = \frac{l_{cd}}{2} = 0.5\cdot м$

$$M'_{3x} = (1 + 2 + 0.5)\cdot 3000 + 16500 - \frac{3000\cdot 0.5^2}{2} + -12000\cdot(2 + 0.5) + 9000\cdot 0.5 = 1.125\times 10^3\cdot H\cdot м$$

$$Q'_{3y} = 3000 + -12000 + 9000 - 3000\cdot 0.5 = -1.5\times 10^3\cdot H$$

при $z_3 = l_{cd} = 1\cdot м$

$$M''_{3x} = (1 + 2 + 1)\cdot 3000 + 16500 - \frac{3000\cdot 1^2}{2} + -12000\cdot(2 + 1) + 9000 = 0\cdot H\cdot м$$

$$Q''_{3y} = 3000 + -12000 + 9000 - 3000 = -3\times 10^3\cdot H$$

По условию прочности подбираем рациональный профиль из семи заданных ниже форм

Допустимое нормальное напряжение

$$I\sigma I = \frac{\sigma_T\cdot 10^6}{n} = \frac{270\cdot 10^6}{5} = 5.4\times 10^7\cdot Па$$

Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \le I\sigma I$$

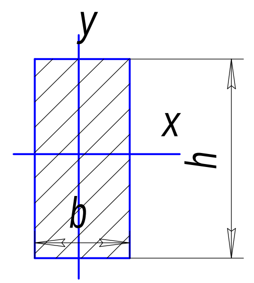
тогда расчетный осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x = \frac{|M_{max}|}{I\sigma I} = \frac{|19500.0|}{0.54\cdot 10^8} = 0.000361 = 3.61\times 10^{-4}\cdot м^3$$

$$W_x = 361\cdot см^3$$

Определяем размеры наиболее распространенных балок

а) прямоугольник



$$h = 2 \cdot b$$

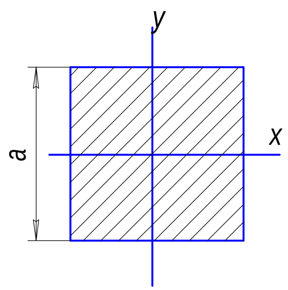
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 361.0}{2}} = 8.15 = 8.15 \cdot см$$

$$h = 2 \cdot b = 2 \cdot 8.15 = 16.3 = 16.3 \cdot см$$

$$F_1 = h \cdot b = 16.3 \cdot 8.15 = 133.0 = 133 \cdot см^2$$

б) квадрат

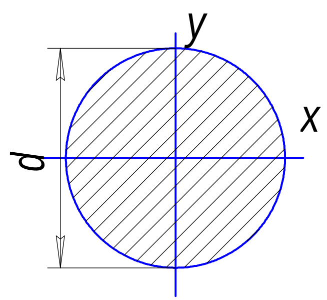


$$W_x = \frac{a^3}{6}$$

$$a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 361.0} = 12.9 = 12.9 \cdot см$$

$$F_2 = a^2 = 12.9^2 = 166.0 = 166 \cdot см^2$$

в) круг

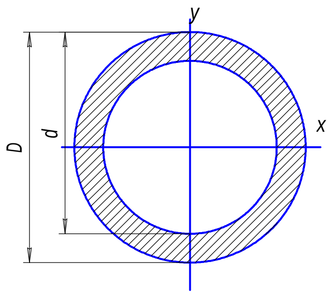


$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 361.0}{3.14}} = 15.4 = 15.4 \cdot см$$

$$F_3 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 15.4^2}{4} = 186.0 = 186 \cdot см^2$$

г) кольцо



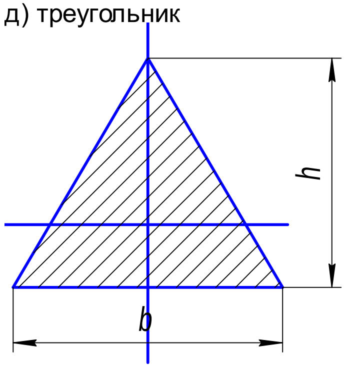
$$D = 2\cdot d \qquad \alpha = \frac{d}{D} = 0.5 \qquad \alpha = 0.5$$

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32}\left(1 - \alpha^4\right)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{32\cdot W_x}{3.14\cdot\left(1 - \alpha^4\right)}} = \sqrt[3]{\frac{32\cdot 361.0}{3.14\cdot\left(1 - 0.5^4\right)}} = 15.8 = 15.8\cdot см$$

$$F_4 = \frac{\pi}{4}\cdot\left[D^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2\right] = \frac{\pi}{4}\cdot\left[15.8^2 - \left(\frac{15.8}{2}\right)^2\right] = 147.0 = 147\cdot см^2$$

д) треугольник



при вычислении напряжения в вершине треугольника

$$W_x = \frac{b\cdot h^2}{24}$$

пусть $b = h$

$$W_x = \frac{b^3}{24}$$ тогда

$$b = \sqrt[3]{24\cdot W_x} = \sqrt[3]{24\cdot 361.0} = 20.5 = 20.5\cdot см$$

$$h = b = 20.5\cdot см$$

$$F_5 = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{20.5\cdot 20.5}{2} = 210.0 = 210\cdot см^2$$

е) швеллер

При требуемом моменте сопротивления $W_x = 361\cdot см^3$

Выберем:

Номер швеллера - 30

момент сопротивления швеллера $W_{x.sv} = 387\cdot см^3$

момент инерции $J_6 = 5.81\times 10^3\cdot см^4$

число швеллеров - *один*

Площадь одного швеллера $F_6 = 40.5 \cdot см^2$

ж) двутавр

Выберем:

Номер двутавра *27*

момент сопротивления двутавра $W_{x7} = 371 \cdot см^3$

момент инерции двутавра $J_7 = 5.01 \times 10^3 \cdot см^4$

число двутавров *один*

Площадь одного двутавра $F_7 = 40.2 \cdot см^2$

Очевидно , что самое оптимальное сечение у *двутавра*

который имеет минимальное значение совокупной площади поперечного сечения

тогда $J_x = 5.01 \times 10^3 \cdot см^4$ *или* $J_{x'} = 5.01 \times 10^{-5} \cdot м^4$

Оцениваем материалоемкость балок с подобранными сечениями, принимая площадь наимеьшего сечения за 100%

$$\frac{F_1}{F_{min}} = \frac{133}{40.2} = 330.846 \cdot \%$$

$$\frac{F_4}{F_{min}} = \frac{147}{40.2} = 365.672 \cdot \%$$

$$\frac{F_2}{F_{min}} = \frac{166}{40.2} = 412.935 \cdot \%$$

$$\frac{F_5}{F_{min}} = \frac{210}{40.2} = 522.388 \cdot \%$$

$$\frac{F_3}{F_{min}} = \frac{186}{40.2} = 462.687 \cdot \%$$

$$\frac{F_6}{F_{min}} = \frac{40.5}{40.2} = 100.746 \cdot \%$$

$$\frac{F_7}{F_{min}} = \frac{40.2}{40.2} = 100 \cdot \%$$

Для выбранной балки вычисляем максимальное рабочее напряжение

$$max\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x \cdot 10^{-6}} = \frac{|19500.0|}{371 \cdot 10^{-6}} = 5.256 \times 10^{7} \cdot Па$$

которое меньше допускаемого напряжения на

$$\Delta = \frac{max\sigma_{max} - I\sigma I}{I\sigma I} = \frac{0.526 \cdot 10^{8} - 0.54 \cdot 10^{8}}{0.54 \cdot 10^{8}} = -0.0259 = -2.59 \cdot \%$$

Наибольшие касательные напряжения возникают в точках нейтралльной линии опасного сечения балки, где

$|Q_{max}| = 9 \times 10^{3}$ Предварительно по таблицам сортамента для *двутавра* *находим*

$J_{x'} = 5.01 \times 10^{-5} \cdot м^{4}$ $S_{xmax} = 2.1 \times 10^{-4} \cdot м^{3}$

проверяем прочность балки по касательным напряжениям $\tau_{max} = \left|\frac{Q_{max} \cdot S_{xmax}}{J_{x.} \cdot d}\right| = \left|\frac{9000.0 \cdot 210 \cdot 10^{-6}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}\right| = 6.287 \times 10^{6} \cdot Па$

при $I\tau I = 2.7 \times 10^{7} \cdot Па$

Условие прочности балки по касательным напряжениям выполняется

Выбор опасного сечения.

В рассматриваемом примере опасным являестя сечение где действует момент $M_{max} = 1.95 \times 10^{4} \cdot Н \cdot м$

и действует поперечная сила $Q_{yon} = -9 \times 10^{3} \cdot Н$

Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении.
Нормальные напряжения в опасном сечении вычисляются по формуле

Поскольку в опасном сечении $M_{x.max} = 1.95 \times 10^{4} \cdot Н \cdot м$ > 0 , то слои, рапсположенные выше нейтральной линии, будут испытывать *сжатие*

ниже нейтральной линии - *растяжение*

Построение эпюры касательных напряжений в опасном сечении

Представим условно выбранную фигуру состоящей из трех прямоугольников: двух полок размером $b \cdot t$

- стенки размером $(h - 2 \cdot t) \cdot d$

выбираемыми из таблицы сортамента в расчетных точках определяются по формуле Д.И. Журавского

$$\tau = \frac{Q_{yon} \cdot S_{x.omc}}{I_x \cdot b}$$

Размеры профиля: $h = 27 \quad см \qquad b = 12.5 \quad см \qquad t = 0.98 \quad см \qquad d = 0.6 \quad см$

в дальнейших расчетах эти величины переводим в метры, чтобы исключить ошибку.

$$h = 0.27 \cdot м \qquad b = 0.125 \cdot м \qquad t = 9.8 \times 10^{-3} \cdot м \qquad d = 6 \times 10^{-3} \cdot м$$

1. Точка D

$S_{x.omc} = 0$ следовательно

касательное напряжение $\tau_D = 0$

нормальное напряжение $$\sigma_D = \frac{(M_{x.max}) \cdot \left(\frac{h}{2}\right)}{J_x \cdot 10^{-8}} = \frac{19500 \cdot \frac{0.27}{2}}{5010 \cdot 10^{-8}} = 5.254 \times 10^7 \cdot Па$$

2 . Точка E

$$S_x = \frac{b \cdot t \cdot (h - t)}{2} = \frac{0.125 \cdot 0.0098 \cdot (0.27 - 0.0098)}{2} = 0.000159 = 1.59 \times 10^{-4} \cdot м^3$$

$$\tau_E = \frac{Q_{yon} \cdot S_x}{J_x \cdot 10^{-8} \cdot b} = \frac{-9000 \cdot 15.9 \cdot 10^{-5}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 0.125} = -2.285 \times 10^5 \cdot Па$$

$$\sigma_E = \frac{\left(M_{x.max}\right)\cdot\left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x\cdot 10^{-8}} = \frac{19500\cdot\left(\frac{0.27}{2} - 0.0098\right)}{5010\cdot 10^{-8}} = 4.873\times 10^{7}\cdot Па$$

3 . Точка F

$$S_x = \frac{b\cdot t\cdot(h-t)}{2} = \frac{0.125\cdot 0.0098\cdot(0.27 - 0.0098)}{2} = 0.000159 = 1.59\times 10^{-4}\cdot м^{3}$$

$$\tau_F = \frac{Q_{yon}\cdot S_x}{J_x\cdot 10^{-8}\cdot d} = \frac{-9000\cdot 15.9\cdot 10^{-5}}{5010\cdot 10^{-8}\cdot 0.006} = -4.76\times 10^{6}\cdot Па$$

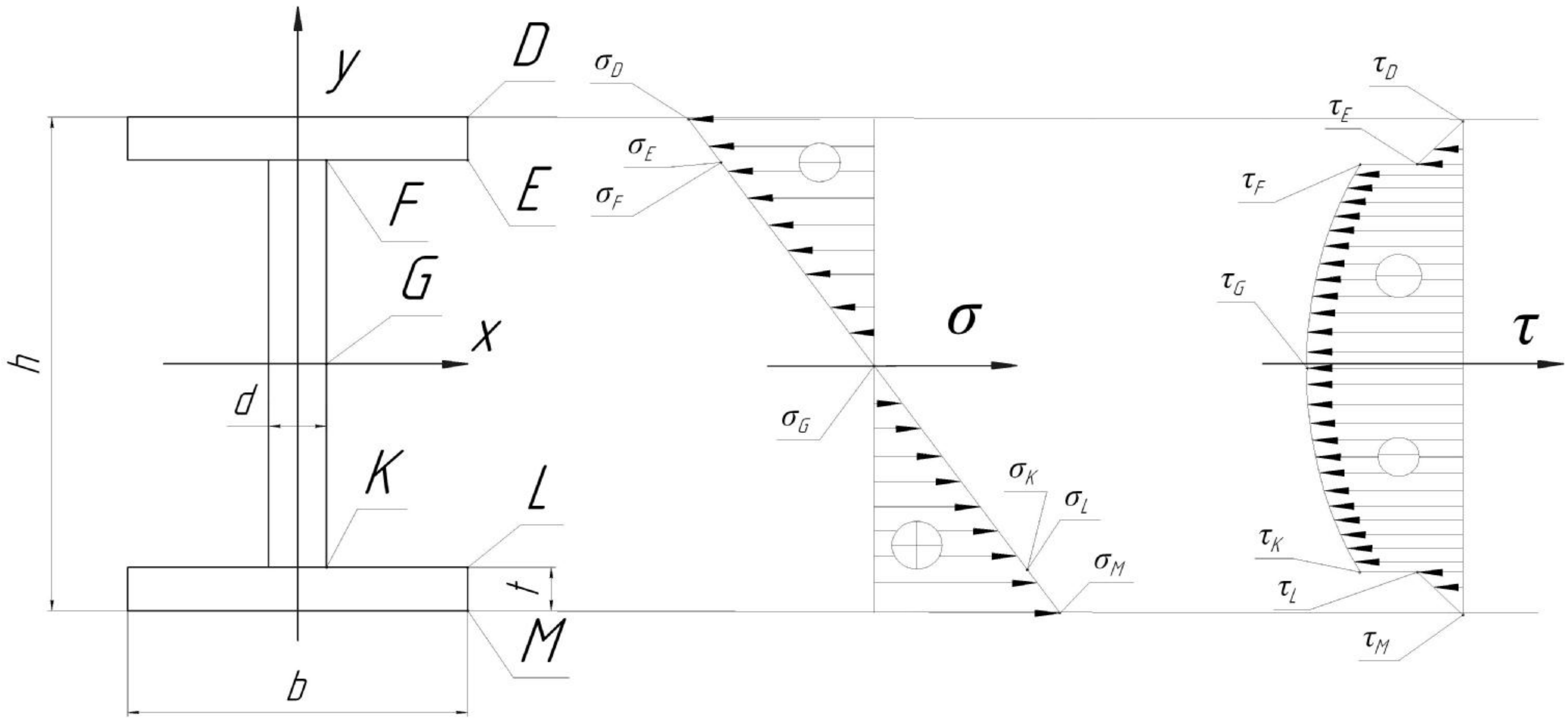
$$\sigma_F = \frac{\left(M_{x.max}\right)\cdot\left(\frac{h}{2} - t\right)}{J_x\cdot 10^{-8}} = \frac{19500\cdot\left(\frac{0.27}{2} - 0.0098\right)}{5010\cdot 10^{-8}} = 4.873\times 10^{7}\cdot Па$$

4 . Точка G

$$S_x = \frac{b\cdot t\cdot(h-t)}{2} = \frac{0.125\cdot 0.0098\cdot(0.27 - 0.0098)}{2} = 0.000159 = 1.59\times 10^{-4}\cdot м^{3}$$

$$\tau_G = \frac{Q_{yon}\cdot S_{xmax}}{J_x\cdot 10^{-8}\cdot d} = \frac{-9000\cdot 210\cdot 10^{-6}}{5010\cdot 10^{-8}\cdot 0.006} = -6.287\times 10^{6}\cdot Па$$

$$\sigma_G = \frac{\left(M_{x.max}\right)\cdot(0)}{J_x\cdot 10^{-8}} = \frac{19500\cdot 0}{5010\cdot 10^{-8}} = 0\cdot Па$$



поскольку эпюра касательных напряжений τ симметрична оси x и эпюра нормальных напряжений имеет также симметрию (только знак меняется на противоположный), то расчет в точках K,L,M можно не выполнять.

Проверяем прочность балки по эквивалентным напряжениям

Наиболее опасными с точки зрения прочности по эквивалентным напряжениям являются точки F и K. Условие прочности для точки F по третьей теории прочности запишется

$max\sigma = \sqrt{\sigma_F^2 + 4\cdot\tau_F^2} \le I\sigma I$ где $I\sigma I = 5.4\times 10^7\cdot Па$

$$max\sigma = \sqrt{\sigma_F^2 + 4\cdot\tau_F^2} = \sqrt{\left(4.87\cdot10^7\right)^2 + 4\cdot\left(-0.476\cdot10^7\right)^2} = 4.962\times 10^7\cdot Па$$

Как видно, условие по третьей теории прочности выполняется, оставляем номер профиля исходным

Составим универсальное уравнение углов поворота

$$\theta = \theta_0 + \frac{M_a \cdot {'z}}{E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot {'z}^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot \left({'z} - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot \left({'z} - l_{ab}\right)^2}{2 \cdot E \cdot J_x} - \frac{q_{cd'}\left({'z} - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^3}{6 \cdot E \cdot J_x}$$

$$Y = Y_0 + {'z} \cdot \theta_0 + \frac{M_a \cdot {'z}^2}{2 \cdot E \cdot J_x} + \frac{P_a \cdot {'z}^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_c \cdot \left({'z} - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^3}{6 \cdot E \cdot J_x} + \frac{R_b \cdot \left({'z} - l_{ab}\right)^3}{6 \cdot E \cdot J_x} - \frac{q_{cd'}\left({'z} - \left[l_{ab} + l_{bc}\right]\right)^4}{24 \cdot E \cdot J_x}$$

граничные условия

${'z1} = l_{ab}$ при этом $y = 0$

${'z2} = l_{ab} + l_{bc}$ при этом $y = 0$

получим систему уравнений

$$Y_0 + \theta_0 + \frac{0.5 \cdot M_a}{E \cdot J_x} + \frac{0.167 \cdot P_a}{E \cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 3.0 \cdot \theta_0 + \frac{4.5 \cdot M_a}{E \cdot J_x} + \frac{4.5 \cdot P_a}{E \cdot J_x} + \frac{1.33 \cdot R_b}{E \cdot J_x} = 0$$

упрощаем

$$Y_0 + \theta_0 + \frac{8750.0}{E \cdot J_x} = 0$$

$$Y_0 + 3.0 \cdot \theta_0 + \frac{71750.0}{E \cdot J_x} = 0$$

....

тогда начальные параметры

$Y_0 = 2.27 \times 10^{-3} \cdot м$

$\theta_0 = -3.144 \times 10^{-3} \cdot рад$

Расчитываем прогибы и углы поворота балки

при $'z = 0$

$$Y_1 = Y_0 = 2.27\times 10^{-3}\cdot м$$

$$\theta_1 = \theta_0 = -3.144\times 10^{-3}\cdot рад$$

при $'z = \dfrac{l_{ab}}{2} = 0.5 = 0.5\cdot м$

$$\theta_2 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_2 = -0.00314 + \frac{16500\cdot 0.5}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 0.5^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = -2.279\times 10^{-3}\cdot рад$$

$$Y_2 = Y_0 + 'z\cdot \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_2 = 0.00227 + 0.5\cdot -0.00314 + \frac{16500\cdot 0.5^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 0.5^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 9.121\times 10^{-4}\cdot м$$

при $'z = l_{ab} = 1.0 = 1\cdot м$

$$\theta_3 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_3 = -0.00314 + \frac{16500}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 1^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = -1.344\times 10^{-3}\cdot рад$$

$$Y_3 = Y_0 + {'z}\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot{'z}^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot{'z}^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_3 = 0.00227 + -0.00314 + \frac{16500\cdot 1^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 1^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 3.253\times 10^{-6}\cdot м$$

при $\quad {'z} = l_{ab} + \frac{l_{bc}}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 2.0 = 2\cdot м$

$$\theta_4 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot{'z}}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot{'z}^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left({'z} - l_{ab}\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_4 = -0.00314 + \frac{16500\cdot 2}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 2^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(2-1)^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 1.534\times 10^{-4}\cdot рад$$

$$Y_4 = Y_0 + {'z}\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot{'z}^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot{'z}^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left({'z} - l_{ab}\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_4 = 0.00227 + 2\cdot -0.00314 + \frac{16500\cdot 2^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 2^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(2-1)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = -5.17\times 10^{-4}\cdot м$$

при $\quad {'z} = l_{ab} + l_{bc} = 1 + 2 = 3.0 = 3\cdot м$

$$\theta_5 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot{'z}}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot{'z}^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left({'z} - l_{ab}\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_5 = -0.00314 + \frac{16500\cdot 3}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 3^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(3-1)^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 7.522\times 10^{-4}\cdot рад$$

$$Y_5 = Y_0 + {'z}\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot{'z}^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot{'z}^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left({'z} - l_{ab}\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_5 = 0.00227 + 3\cdot -0.00314 + \frac{16500\cdot 3^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 3^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(3-1)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 1.068\times 10^{-5}\cdot м$$

при $'z = l_{ab} + l_{bc} + \frac{l_{cd}}{2} = 1 + 2 + \frac{1}{2} = 3.5 = 3.5\cdot м$

$$\theta_6 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left('z-l_{ab}\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{cd}\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_6 = -0.00314 + \frac{16500\cdot 3.5}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 3.5^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{9000\cdot[3.5-(1+2)]^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(3.5-1)^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} - \frac{3000\cdot[3.5-(1+2)]^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 8.208\times 10^{-4}\cdot рад$$

$$Y_6 = Y_0 + 'z\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left('z-l_{ab}\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{cd}\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^4}{24\cdot E\cdot J_x}$$

$$Y_6 = 0.00227 + 3.5\cdot -0.00314 + \frac{16500\cdot 3.5^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 3.5^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{9000\cdot[3.5-(1+2)]^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(3.5-1)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} - \frac{3000\cdot[3.5-(1+2)]^4}{24\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 4.047\times 10^{-4}\cdot м$$

при $'z = l_{ab} + l_{bc} + l_{cd} = 1 + 2 + 1 = 4.0 = 4\cdot м$

$$\theta_7 = \theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z}{E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left('z-l_{ab}\right)^2}{2\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{cd}\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x}$$

$$\theta_7 = -0.00314 + \frac{16500\cdot 4}{2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 4^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{9000\cdot[4-(1+2)]^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(4-1)^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} - \frac{3000\cdot[4-(1+2)]^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 8.52\times 10^{-4}\cdot рад$$

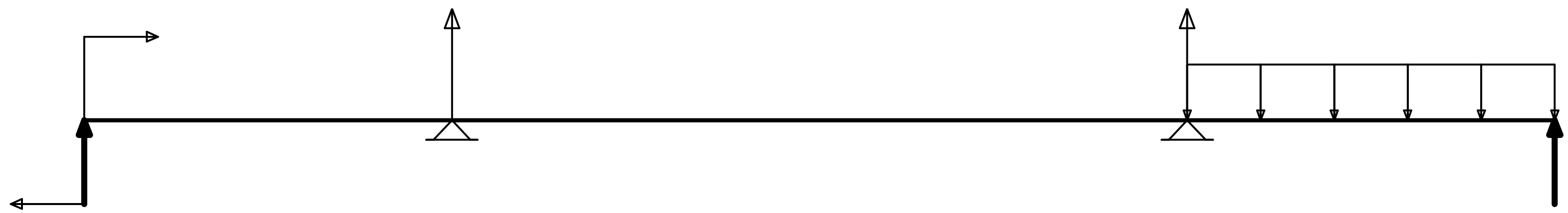
$$Y_7 = Y_0 + 'z\cdot\theta_0 + \frac{M_a\cdot 'z^2}{2\cdot E\cdot J_x} + \frac{P_a\cdot 'z^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_c\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x} + \frac{R_b\cdot\left('z-l_{ab}\right)^3}{6\cdot E\cdot J_x} - \frac{q_{cd}\cdot\left('z-\left[l_{ab}+l_{bc}\right]\right)^4}{24\cdot E\cdot J_x}$$

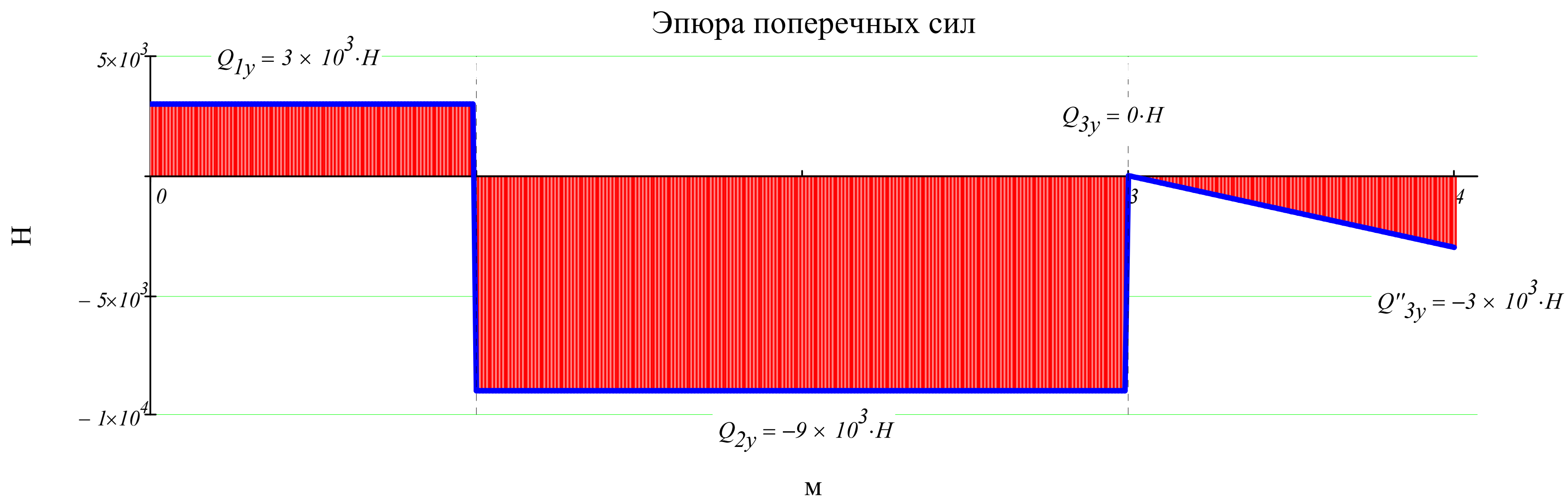
$$Y_7 = 0.00227 + 4\cdot -0.00314 + \frac{16500\cdot 4^2}{2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{3000\cdot 4^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{9000\cdot[4-(1+2)]^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} + \frac{-12000\cdot(4-1)^3}{6\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} - \frac{3000\cdot[4-(1+2)]^4}{24\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 8.253\times 10^{-4}\cdot м$$

Допустимый прогиб $IyI = 0.002\cdot\left(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}\right) = 0.002\cdot(1+2+1) = 0.008 = 8\times 10^{-3}\cdot м$

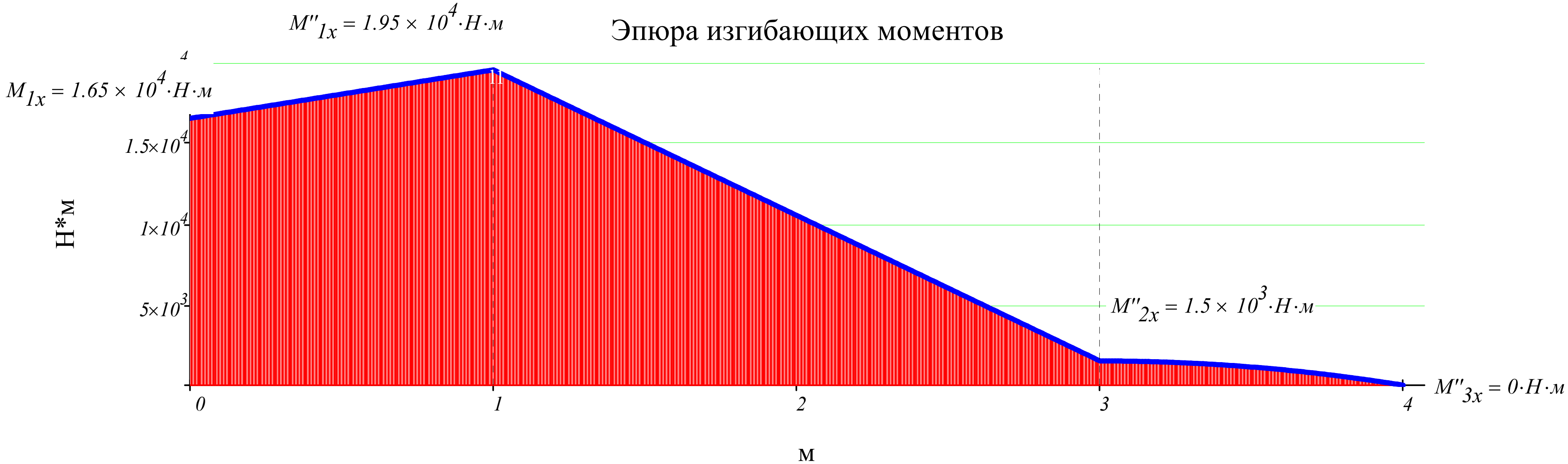
Максимальное значение прогиба $Y_{max} = 2.27\times 10^{-3}\cdot м$

Как видно, условие жесткости выполняется $y_{max} \le IyI$

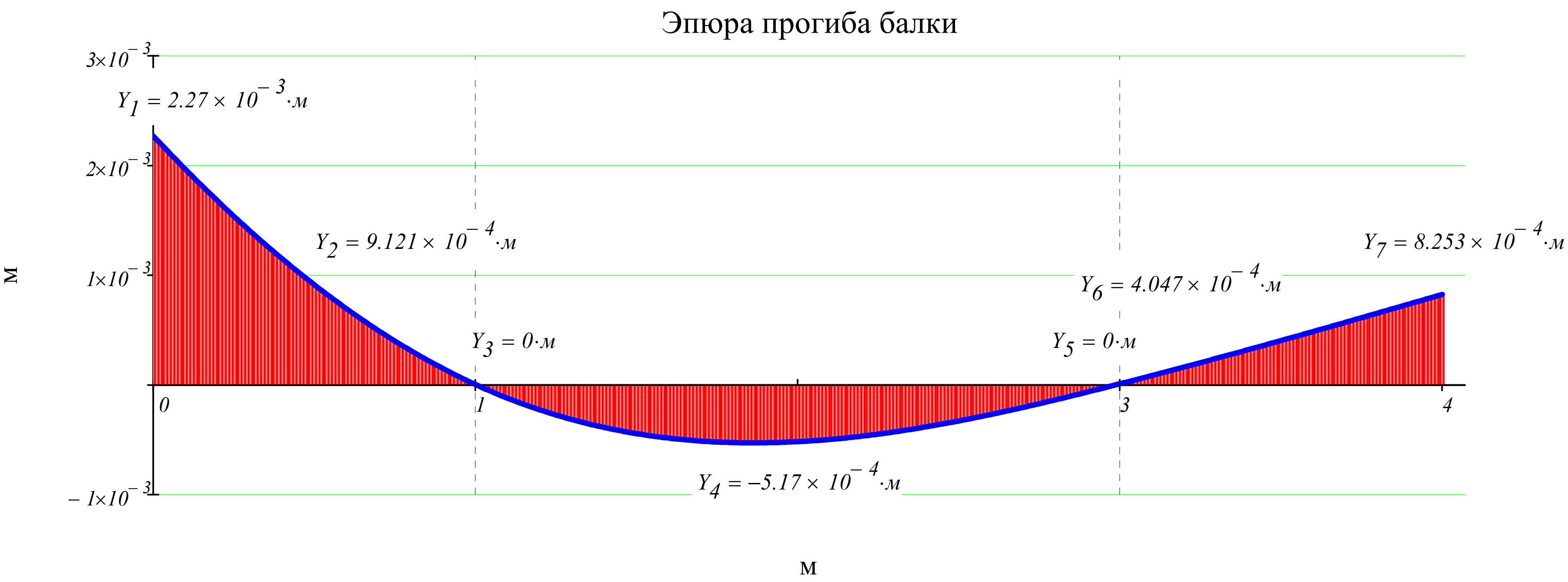


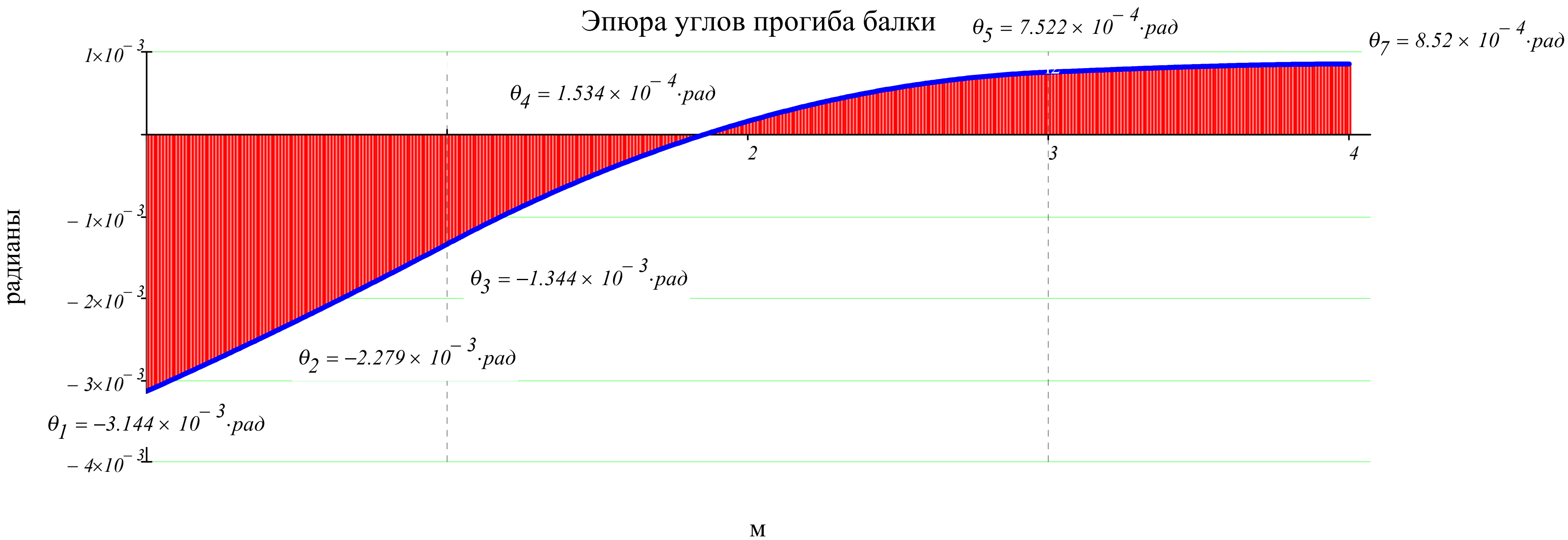


Эпюра поперечных сил
$Q_{1y} = 3 \times 10^{3} \cdot H$
$Q_{3y} = 0 \cdot H$
$Q''_{3y} = -3 \times 10^{3} \cdot H$
$Q_{2y} = -9 \times 10^{3} \cdot H$
$5{\times}10^{3}$
$-5{\times}10^{3}$
$-1{\times}10^{4}$
0
3
4
Н
м



Эпюра изгибающих моментов
$M''_{1x} = 1.95 \times 10^{4} \cdot H \cdot м$
$M_{1x} = 1.65 \times 10^{4} \cdot H \cdot м$
$M''_{2x} = 1.5 \times 10^{3} \cdot H \cdot м$
$M''_{3x} = 0 \cdot H \cdot м$
$1.5{\times}10^{4}$
$1{\times}10^{4}$
$5{\times}10^{3}$
0
1
2
3
4
Н*м
м


Эпюра прогиба балки
3×10^{-3}
2×10^{-3}
1×10^{-3}
-1×10^{-3}
м
$Y_1 = 2.27\times10^{-3}\cdot м$
$Y_2 = 9.121\times10^{-4}\cdot м$
$Y_3 = 0\cdot м$
$Y_4 = -5.17\times10^{-4}\cdot м$
$Y_5 = 0\cdot м$
$Y_6 = 4.047\times10^{-4}\cdot м$
$Y_7 = 8.253\times10^{-4}\cdot м$
0
1
3
4
м


Эпюра углов прогиба балки
1×10^{-3}
-1×10^{-3}
-2×10^{-3}
-3×10^{-3}
-4×10^{-3}
радианы
$\theta_1 = -3.144\times10^{-3}\cdot рад$
$\theta_2 = -2.279\times10^{-3}\cdot рад$
$\theta_3 = -1.344\times10^{-3}\cdot рад$
$\theta_4 = 1.534\times10^{-4}\cdot рад$
$\theta_5 = 7.522\times10^{-4}\cdot рад$
$\theta_7 = 8.52\times10^{-4}\cdot рад$
2
3
4
м