

Длины участков, в долях l	Диаметры участков вала в долях d	Распределенные крутящие моменты на участках вала. В долях m	Сосредоточенные крутящие моменты на участках вала. В долях M
l1= 9	D1= 3	m1= 1	M1= 0
l2= 3	D2= 6	m2= -3	M2= 5
l3= 4	D3= 7	m3= 0	M3= -1
l4= 8	D4= 2	m4= 4	M4= 6
l5= 2	D5= 7	m5= 0	M5= 9

Внутренний диаметр вала			
d1= 0,67	D1= 2	d	- Вал имеет на данном участке сквозное отверстие
d2= 0	D2= 0	d	- Вал на данном участке сплошной, отверстий нет
d3= 0	D3= 0	d	- Вал на данном участке сплошной, отверстий нет
d4= 0	D4= 0	d	- Вал на данном участке сплошной, отверстий нет
d5= 0,5	D5= 3,5	d	- Вал имеет на данном участке сквозное отверстие

Дополнительные данные

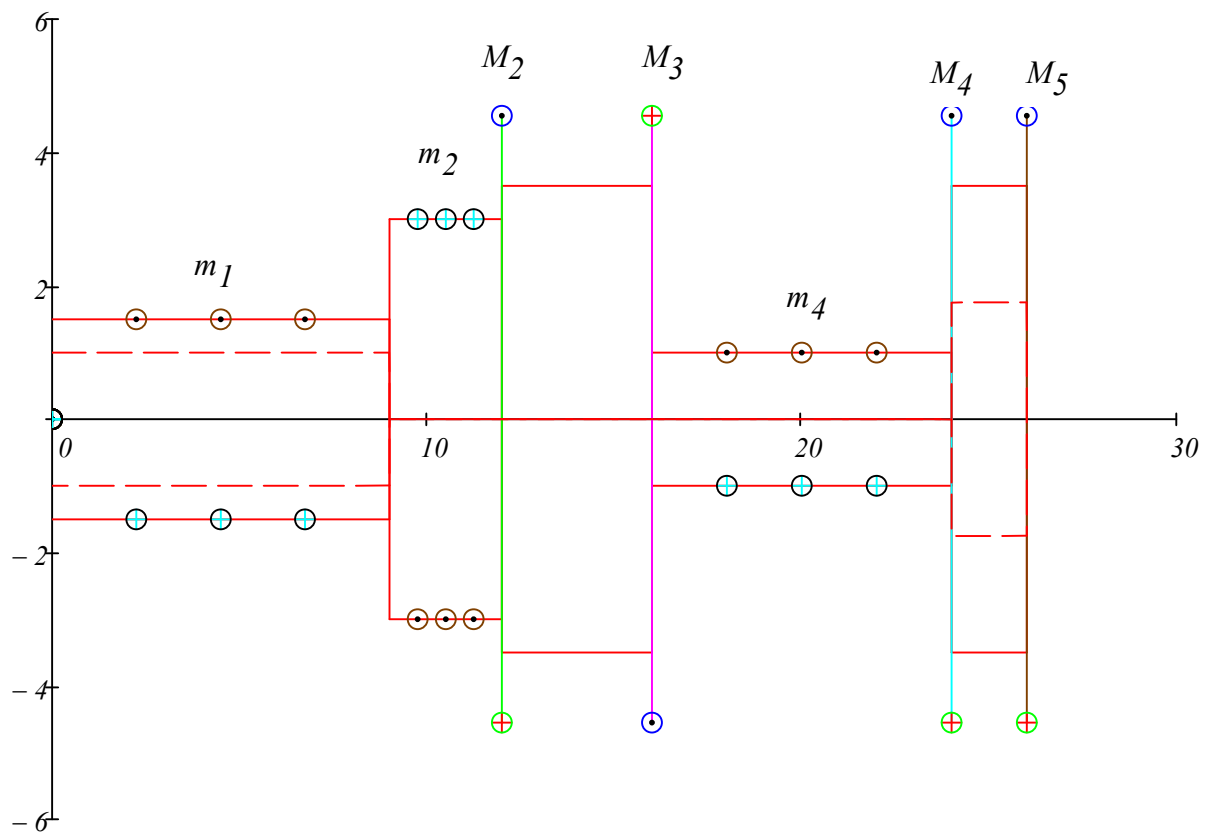
$$[\Theta] = 0.25^\circ \frac{\text{град}}{\text{м}}$$

$$m = 200 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}}$$

$$l = 0.5 \text{ м}$$

$$G = 0.8 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$[\tau] = 80 \cdot 10^6 \text{ Па}$$



1. Вычерчиваем индивидуальную расчетную схему вала с учетом обобщенной схемы и в соответствии с исходными данными, определяемыми по цифрам номера варианта.
2. Вычисляем реактивный момент жесткого защемления вала из условия статического равновесия

$$\Sigma M_z = 0$$

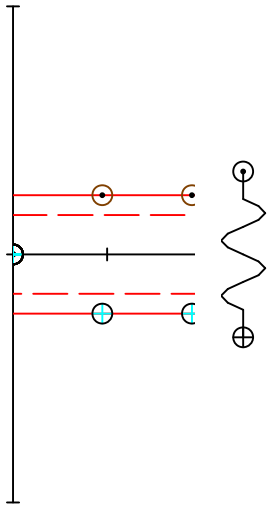
$$\Sigma M_z = M_2 - M_3 + M_4 + M_5 - M_R + l_1 \cdot m_1 - l_2 \cdot m_2 + l_4 \cdot m_4 = 0$$

$$M_R = M_2 - M_3 + M_4 + M_5 + l_1 \cdot m_1 - l_2 \cdot m_2 + l_4 \cdot m_4$$

$$M_R = 5 \cdot m \cdot l - m \cdot l + 6 \cdot m \cdot l + 9 \cdot m \cdot l + 9 \cdot l \cdot m - 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m + 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m = 51 \cdot l \cdot m$$

3. Используя метод сечений, определяем законы изменения крутящего момента в сечении на участках вала

ПЕРВЫЙ УЧАСТОК



$$\Sigma M_{z1} = 0$$

$$\Sigma M_{z1} = M_{kl} - M_R + m_1 \cdot z_1 = 0$$

$$\Sigma M_{z1} = M_{kl} - 51 \cdot l \cdot m + m \cdot z_1 = 0$$

$$M_{k1} = 5l \cdot l \cdot m - m \cdot z_1$$

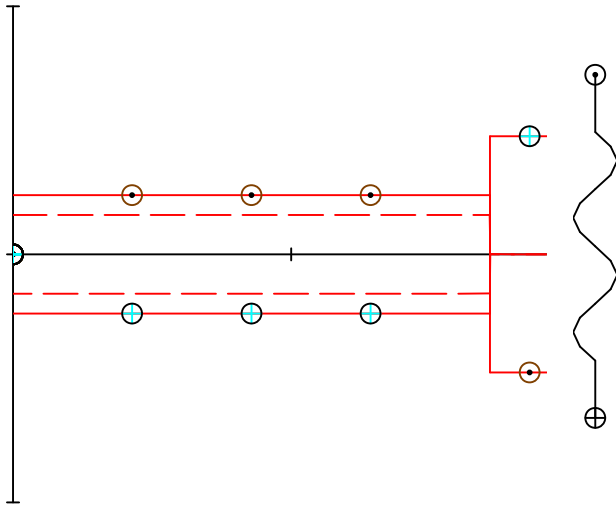
при $z_1 = 0$

$$M_{k1} = 5l \cdot l \cdot m - m \cdot 0 = 5l \cdot l \cdot m$$

при $z_1 = l_1 = 9 \cdot l$

$$M_{k1} = 5l \cdot l \cdot m - m \cdot 9 \cdot l = 42 \cdot l \cdot m$$

ВТОРОЙ УЧАСТОК



$$\Sigma M_{z2} = 0$$

$$\Sigma M_{z2} = M_{k2} - M_R + l_1 \cdot m_1 - m_2 \cdot z_2 = 0$$

$$\Sigma M_{z_2} = M_{k2} - 5l \cdot l \cdot m + 9 \cdot l \cdot m - 3 \cdot m \cdot z_2 = 0$$

$$M_{k2} = 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2$$

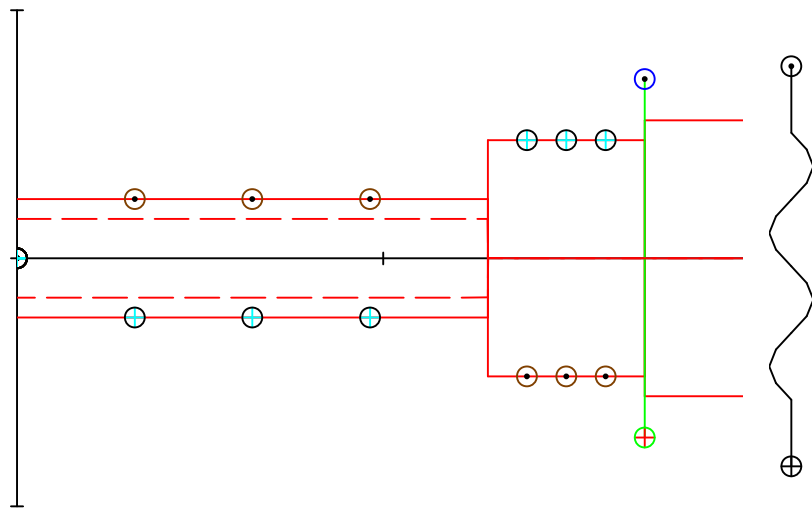
при $z_2 = 0$

$$M_{k2} = 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot 0 = 42 \cdot l \cdot m$$

при $z_2 = l_2 = 3 \cdot l$

$$M_{k2} = 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot 3 \cdot l = 51 \cdot l \cdot m$$

ТРЕТИЙ УЧАСТОК



$$\Sigma M_{z_3} = 0$$

$$\Sigma M_{z3} = M_2 - M_R + M_{k3} + l_1 \cdot m_1 - l_2 \cdot m_2 = 0$$

$$\Sigma M_{z3} = 5 \cdot m \cdot l - 51 \cdot l \cdot m + M_{k3} + 9 \cdot l \cdot m - 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m = 0$$

$$M_{k3} = 51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m$$

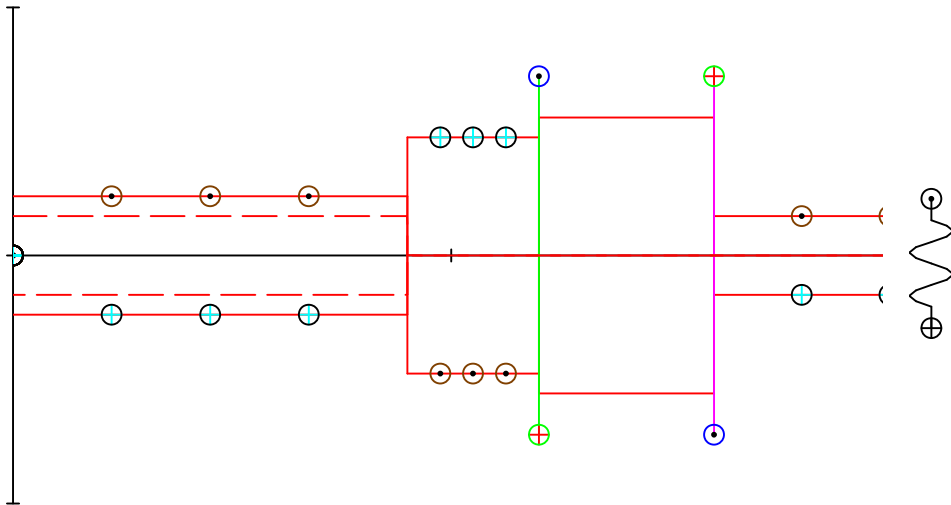
при $z_3 = 0$

$$M_{k3} = 51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m = 46 \cdot l \cdot m$$

при $z_3 = l_3 = 4 \cdot l$

$$M_{k3} = 51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m = 46 \cdot l \cdot m$$

ЧЕТВЕРТЫЙ УЧАСТОК



$$\Sigma M_{z4} = 0$$

$$\Sigma M_{z4} = M_2 - M_3 - M_R + M_{k4} + l_1 \cdot m_1 - l_2 \cdot m_2 + m_4 \cdot z_4 = 0$$

$$\Sigma M_{z4} = 5 \cdot m \cdot l - m \cdot l - 51 \cdot l \cdot m + M_{k4} + 9 \cdot l \cdot m - 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m + 4 \cdot m \cdot z_4 = 0$$

$$M_{k4} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4$$

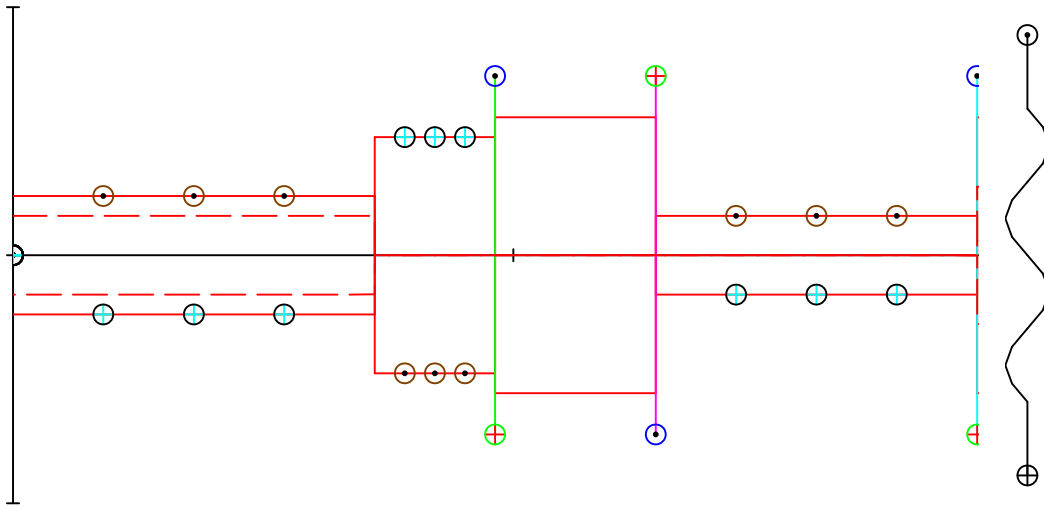
при $z_4 = 0$

$$M_{k4} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot 0 = 47 \cdot l \cdot m$$

при $z_4 = l_4 = 8 \cdot l$

$$M_{k4} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot 8 \cdot l = 15 \cdot l \cdot m$$

ПЯТЫЙ УЧАСТОК



$$\Sigma M_{z5} = 0$$

$$\Sigma M_{z5} = M_2 - M_3 + M_4 - M_R + M_{k5} + l_1 \cdot m_1 - l_2 \cdot m_2 + l_4 \cdot m_4 = 0$$

$$\Sigma M_{z5} = 5 \cdot m \cdot l - m \cdot l + 6 \cdot m \cdot l - 5l \cdot l \cdot m + M_{k5} + 9 \cdot l \cdot m - 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m + 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m = 0$$

$$M_{k5} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m$$

$$npu \quad z_5 = 0$$

$$M_{k5} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m = 9 \cdot l \cdot m$$

$$npu \quad z_5 = l_5 = 2 \cdot l$$

$$M_{k5} = m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 5l \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m = 9 \cdot l \cdot m$$

По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов в долях M

4. Обозначаем полярный момент сопротивления

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$W_{p1} = \frac{\pi \cdot D_1^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_1}{D_1} \right)^3 \right]}{16}$$

$$W_{p1} = \frac{\pi \cdot (3 \cdot d)^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{2.0 \cdot d}{3 \cdot d} \right)^3 \right]}{16} = 3.73 \cdot d^3 = 18.997 \cdot W_p$$

$$W_{p2} = \frac{\pi \cdot D_2^3}{16}$$

$$W_{p2} = \frac{\pi \cdot (6 \cdot d)^3}{16} = 42.4 \cdot d^3 = 215.941 \cdot W_p$$

$$W_{p3} = \frac{\pi \cdot D_3^3}{16}$$

$$W_{p3} = \frac{\pi \cdot (7 \cdot d)^3}{16} = 67.3 \cdot d^3 = 342.756 \cdot W_p$$

$$W_{p4} = \frac{\pi \cdot D_4^3}{16}$$

$$W_{p4} = \frac{\pi \cdot (2 \cdot d)^3}{16} = 1.57 \cdot d^3 = 7.996 \cdot W_p$$

$$W_{p5} = \frac{\pi \cdot D_5^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_5}{D_5} \right)^3 \right]}{16}$$

$$W_{p5} = \frac{\pi \cdot (7 \cdot d)^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{3.5 \cdot d}{7 \cdot d} \right)^3 \right]}{16} = 58.9 \cdot d^3 = 299.975 \cdot W_p$$

5. Вычисляем наибольшие касательные напряжения на участках вала

Первый участок

$$\tau_{max1} = \frac{M_{k1}}{W_{p1}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - m \cdot z_1}{19.0 \cdot W_p}$$

при $z_1 = 0$

$$\tau_{max1} = \frac{M_{k1}}{W_{p1}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - m \cdot 0}{19.0 \cdot W_p} = \frac{2.68 \cdot l \cdot m}{W_p} = 2.68 \cdot \frac{M}{W_p}$$

при $z_1 = l_1 = 9 \cdot l$

$$\tau_{max1'} = \frac{M_{k1}}{W_{p1}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - m \cdot 9 \cdot l}{19.0 \cdot W_p} = \frac{2.21 \cdot l \cdot m}{W_p} = 2.21 \cdot \frac{M}{W_p}$$

Второй участок

$$\tau_{max2} = \frac{M_{k2}}{W_{p2}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2}{216.0 \cdot W_p}$$

при $z_2 = 0$

$$\tau_{max2} = \frac{M_{k2}}{W_{p2}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot 0}{216.0 \cdot W_p} = \frac{0.194 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.194 \cdot \frac{M}{W_p}$$

при $z_2 = l_2 = 3 \cdot l$

$$\tau_{max2'} = \frac{M_{k2}}{W_{p2}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot 3 \cdot l}{216.0 \cdot W_p} = \frac{0.236 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.236 \cdot \frac{M}{W_p}$$

Третий участок

$$\tau_{max3} = \frac{M_{k3}}{W_{p3}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m}{343.0 \cdot W_p}$$

$$\text{при } z_3 = 0$$

$$\tau_{max3} = \frac{M_{k3}}{W_{p3}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m}{343.0 \cdot W_p} = \frac{0.134 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.134 \cdot \frac{M}{W_p}$$

$$\text{при } z_3 = l_3 = 4 \cdot l$$

$$\tau_{max3'} = \frac{M_{k3}}{W_{p3}} = \frac{51 \cdot l \cdot m - 5 \cdot m \cdot l - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m}{343.0 \cdot W_p} = \frac{0.134 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.134 \cdot \frac{M}{W_p}$$

Четвертый участок

$$\tau_{max4} = \frac{M_{k4}}{W_{p4}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4}{8.0 \cdot W_p}$$

$$z_4 = 0$$

$$\tau_{max4} = \frac{M_{k4}}{W_{p4}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot 0}{8.0 \cdot W_p} = \frac{5.87 \cdot l \cdot m}{W_p} = 5.87 \cdot \frac{M}{W_p}$$

$$z_4 = l_4 = 8 \cdot l$$

$$\tau_{max4'} = \frac{M_{k4}}{W_{p4}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 4 \cdot m \cdot 8 \cdot l}{8.0 \cdot W_p} = \frac{1.87 \cdot l \cdot m}{W_p} = 1.87 \cdot \frac{M}{W_p}$$

Пятый участок

$$\tau_{max5} = \frac{M_{k5}}{W_{p5}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m}{300 \cdot 0 \cdot W_p}$$

$$z_5 = 0$$

$$\tau_{max5} = \frac{M_{k5}}{W_{p5}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m}{300 \cdot 0 \cdot W_p} = \frac{0.03 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.03 \cdot \frac{M}{W_p}$$

$$z_5 = l_5 = 2 \cdot l$$

$$\tau_{max5'} = \frac{M_{k5}}{W_{p5}} = \frac{m \cdot l - 5 \cdot m \cdot l - 6 \cdot m \cdot l + 51 \cdot l \cdot m - 9 \cdot l \cdot m + 3 \cdot l \cdot 3 \cdot m - 8 \cdot l \cdot 4 \cdot m}{300 \cdot 0 \cdot W_p} = \frac{0.03 \cdot l \cdot m}{W_p} = 0.03 \cdot \frac{M}{W_p}$$

По полученным значениям строим эпюру наибольших касательных напряжений на участках вала в долях M/W_p

6. Обозначаем полярный момент инерции

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$J_{p1} = \frac{\pi \cdot D_1^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_1}{D_1} \right)^4 \right]}{32}$$

$$J_{p1} = \frac{\pi \cdot (3 \cdot d)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{2 \cdot 0 \cdot d}{3 \cdot d} \right)^4 \right]}{32} = 6.38 \cdot d^4 = 64.986 \cdot J_p$$

$$J_{p2} = \frac{\pi \cdot D_2^4}{32}$$

$$J_{p2} = \frac{\pi \cdot (6 \cdot d)^4}{32} = 127.0 \cdot d^4 = 1.294 \times 10^3 \cdot J_p$$

$$J_{p3} = \frac{\pi \cdot D_3^4}{32}$$

$$J_{p3} = \frac{\pi \cdot (7 \cdot d)^4}{32} = 236.0 \cdot d^4 = 2.404 \times 10^3 \cdot J_p$$

$$J_{p4} = \frac{\pi \cdot D_4^4}{32}$$

$$J_{p4} = \frac{\pi \cdot (2 \cdot d)^4}{32} = 1.57 \cdot d^4 = 15.992 \cdot J_p$$

$$J_{p5} = \frac{\pi \cdot D_5^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_5}{D_5} \right)^4 \right]}{32}$$

$$J_{p5} = \frac{\pi \cdot (7 \cdot d)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{3.5 \cdot d}{7 \cdot d} \right)^4 \right]}{32} = 221.0 \cdot d^4 = 2.251 \times 10^3 \cdot J_p$$

7. Используя закон Р.Гука в интегральной форме находим углы закручивания на участках вала

Первый участок

$$\varphi_{k1} = \int_0^{z_1} \frac{M_{k1}}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = \int_0^{z_1} -\frac{m \cdot z_1 - 51 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = -\frac{m \cdot z_1 \cdot (z_1 - 102 \cdot l)}{2 \cdot G \cdot J_{p1}}$$

при $z_1 = 0$

$$\varphi_{kl} = \int_0^{z_1} \frac{M_{kl}}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = \int_0^0 \frac{51 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = 0$$

при $z_1 = 0.5l_1 = 0.5 \cdot 9 \cdot l$

$$\varphi_{kl}' = \int_0^{z_1} \frac{M_{kl}}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = \int_0^{z_1} \frac{m \cdot z_1 - 51 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = -\frac{m \cdot z_1 \cdot (z_1 - 102 \cdot l)}{2 \cdot G \cdot J_{p1}} = 3.375 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_1 = l_1 = 9 \cdot l$

$$\varphi_{kl}'' = \int_0^{z_1} \frac{M_{kl}}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = \int_0^{z_1} \frac{m \cdot z_1 - 51 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p1}} dz_1 = -\frac{m \cdot z_1 \cdot (z_1 - 102 \cdot l)}{2 \cdot G \cdot J_{p1}} = 6.438 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

Второй участок

$$\varphi_{k2} = \int_0^{z_2} \frac{M_{k2}}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + \varphi_{kl}'' = \int_0^{z_2} \frac{42 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + 6.44 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.44 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{3 \cdot m \cdot z_2 \cdot (28 \cdot l + z_2)}{2 \cdot G \cdot J_{p2}}$$

при $z_2 = 0$

$$\varphi_{k2} = \int_0^{z_2} \frac{M_{k2}}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + \varphi_{k1}'' = \int_0^{z_2} \frac{42 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + 6.44 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.44 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{3 \cdot m \cdot z_2 \cdot (28 \cdot l + z_2)}{2 \cdot G \cdot J_{p2}} = 6.44 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

$$\text{при } z_2 = 0.5l_2 = 0.5 \cdot 3 \cdot l$$

$$\varphi_{k2'} = \int_0^{z_2} \frac{M_{k2}}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + \varphi_{k1}'' = \int_0^{z_2} \frac{42 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + 6.44 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.44 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{3 \cdot m \cdot z_2 \cdot (28 \cdot l + z_2)}{2 \cdot G \cdot J_{p2}} = 6.491 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

$$\text{при } z_2 = l_2 = 3 \cdot l$$

$$\varphi_{k2}'' = \int_0^{z_2} \frac{M_{k2}}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + \varphi_{k1}'' = \int_0^{z_2} \frac{42 \cdot l \cdot m + 3 \cdot m \cdot z_2}{G \cdot J_{p2}} dz_2 + 6.44 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.44 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{3 \cdot m \cdot z_2 \cdot (28 \cdot l + z_2)}{2 \cdot G \cdot J_{p2}} = 6.548 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

Третий участок

$$\varphi_{k3} = \int_0^{z_3} \frac{M_{k3}}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + \varphi_{k2}'' = \int_0^{z_3} \frac{46 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + 6.55 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.55 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{46 \cdot l \cdot m \cdot z_3}{G \cdot J_{p3}}$$

$$\text{при } z_3 = 0$$

$$\varphi_{k3} = \int_0^{z_3} \frac{M_{k3}}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + \varphi_{k2}'' = \int_0^{z_3} \frac{46 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + 6.55 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.55 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{46 \cdot l \cdot m \cdot z_3}{G \cdot J_{p3}} = 6.55 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_3 = 0.5l_3 = 0.5 \cdot 4 \cdot l$

$$\varphi_{k3}' = \int_0^{z_3} \frac{M_{k3}}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + \varphi_{k2}'' = \int_0^{z_3} \frac{46 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + 6.55 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.55 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{46 \cdot l \cdot m \cdot z_3}{G \cdot J_{p3}} = 6.588 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_3 = l_3 = 4 \cdot l$

$$\varphi_{k3}'' = \int_0^{z_3} \frac{M_{k3}}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + \varphi_{k2}'' = \int_0^{z_3} \frac{46 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p3}} dz_3 + 6.55 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.55 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{46 \cdot l \cdot m \cdot z_3}{G \cdot J_{p3}} = 6.627 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

Четвертый участок

$$\varphi_{k4} = \int_0^{z_4} \frac{M_{k4}}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + \varphi_{k3}'' = \int_0^{z_4} \frac{47 \cdot l \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + 6.63 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.63 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{m \cdot z_4 \cdot (47 \cdot l - 2 \cdot z_4)}{G \cdot J_{p4}}$$

при $z_4 = 0$

$$\varphi_{k4} = \int_0^{z_4} \frac{M_{k4}}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + \varphi_{k3}'' = \int_0^{z_4} \frac{47 \cdot l \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + 6.63 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.63 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{m \cdot z_4 \cdot (47 \cdot l - 2 \cdot z_4)}{G \cdot J_{p4}} = 6.63 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_4 = 0.5l_4 = 0.5 \cdot 8 \cdot l$

$$\varphi_{k4'} = \int_0^{z_4} \frac{M_{k4}}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + \varphi_{k3}'' = \int_0^{z_4} \frac{47 \cdot l \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + 6.63 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.63 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{m \cdot z_4 \cdot (47 \cdot l - 2 \cdot z_4)}{G \cdot J_{p4}} = 16.38 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_4 = l_4 = 8 \cdot l$

$$\varphi_{k4}'' = \int_0^{z_4} \frac{M_{k4}}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + \varphi_{k3}'' = \int_0^{z_4} \frac{47 \cdot l \cdot m - 4 \cdot m \cdot z_4}{G \cdot J_{p4}} dz_4 + 6.63 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6.63 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{m \cdot z_4 \cdot (47 \cdot l - 2 \cdot z_4)}{G \cdot J_{p4}} = 22.13 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

Пятый участок

$$\varphi_{k5} = \int_0^{z_5} \frac{M_{k5}}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + \varphi_{k4}'' = \int_0^{z_5} \frac{9 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{22.1 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{9 \cdot l \cdot m \cdot z_5}{G \cdot J_{p5}}$$

при $z_5 = 0$

$$\varphi_{k5} = \int_0^{z_5} \frac{M_{k5}}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + \varphi_{k4}'' = \int_0^{z_5} \frac{9 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{22.1 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{9 \cdot l \cdot m \cdot z_5}{G \cdot J_{p5}} = 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_5 = 0.5l_5 = 0.5 \cdot 2 \cdot l$

$$\varphi_{k5'} = \int_0^{z_5} \frac{M_{k5}}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + \varphi_{k4}'' = \int_0^{z_5} \frac{9 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{22.1 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{9 \cdot l \cdot m \cdot z_5}{G \cdot J_{p5}} = 22.104 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

при $z_5 = l_5 = 2 \cdot l$

$$\varphi_{k5}'' = \int_0^{z_5} \frac{M_{k5}}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + \varphi_{k4}'' = \int_0^{z_5} \frac{9 \cdot l \cdot m}{G \cdot J_{p5}} dz_5 + 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{22.1 \cdot M \cdot l}{G \cdot J_p} + \frac{9 \cdot l \cdot m \cdot z_5}{G \cdot J_{p5}} = 22.108 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

По полученным значениям строим эпюру углов закручивания в долях M/GJ_p

8. Анализируя эпюру τ определим опасное по жесткости сечение.

$$\tau_{max} = \left| \frac{M_k}{W_p} \right|$$

$$\tau_{max} = 5.87 \cdot \frac{M}{W_p}$$

$$\tau_{max} = 5.87 \cdot \frac{m \cdot l \cdot 16}{\pi \cdot d^3}$$

Вычисляем допускаемый диаметр

$$d_{\text{доп.}\tau} = \sqrt[3]{\left| \frac{5.87 \cdot M \cdot 16}{\pi \cdot [\tau]} \right|} = \sqrt[3]{\left| \frac{5.87 \cdot 200 \cdot 0.5 \cdot 16}{\pi \cdot 80 \cdot 10^6} \right|} = 0.033 \cdot \text{м}$$

Анализируя эпюру углов поворота, находим опасное по жесткости сечение

$$\varphi_{max} = 22.104 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$$

$$\varphi_{max} = 22.104 \cdot \frac{m \cdot l \cdot l \cdot 32}{G \cdot \pi \cdot d^4}$$

$$\varphi_{max} = \varphi_{max} \cdot \frac{G \cdot J_p}{M \cdot l} = 22.1$$

$$\Delta\varphi_{max} = \left| \varphi_{max} \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{доп.}}^4}{32}} \right| = \left| 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{доп.}}^4}{32}} \right|$$

$$\Delta\varphi_{max} = \left| 22.1 \cdot \frac{M \cdot l}{G \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{доп.}}^4}{32}} \right|$$

$$\Delta\varphi_{max} = \left| 22.1 \cdot \frac{200 \cdot 0.5 \cdot 0.5}{0.8 \cdot 10^{11} \cdot \frac{\pi \cdot 0.0334^4}{32}} \right| = 0.113 = 6.474^\circ$$

Допустимый угол закручивания

$$\varphi_{\text{доп}} = (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5) \cdot [\Theta] = (9 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.5 + 4 \cdot 0.5 + 8 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.5) \cdot 0.25^\circ = 3.25^\circ$$

условие жесткости не выполняется

Вычислим допускаемый диаметр из условия жесткости

$$d_{\text{доп.}\varphi} = \sqrt[4]{\left| \frac{22.1 \cdot M \cdot l \cdot 32}{G \cdot \varphi_{\text{доп}} \cdot \pi} \right|} = \sqrt[4]{\left| \frac{22.1 \cdot 200 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 32}{0.8 \cdot 10^{11} \cdot 0.0567 \cdot \pi} \right|} = 0.04 \cdot \text{м}$$

тогда получим: $d = 0.04 \cdot \text{м}$

поперечные размеры участков вала

$$D_1 = 3 \cdot d = 0.119 \cdot \text{м}$$

$$D_2 = 6 \cdot d = 0.238 \cdot \text{м}$$

$$D_3 = 7 \cdot d = 0.278 \cdot \text{м}$$

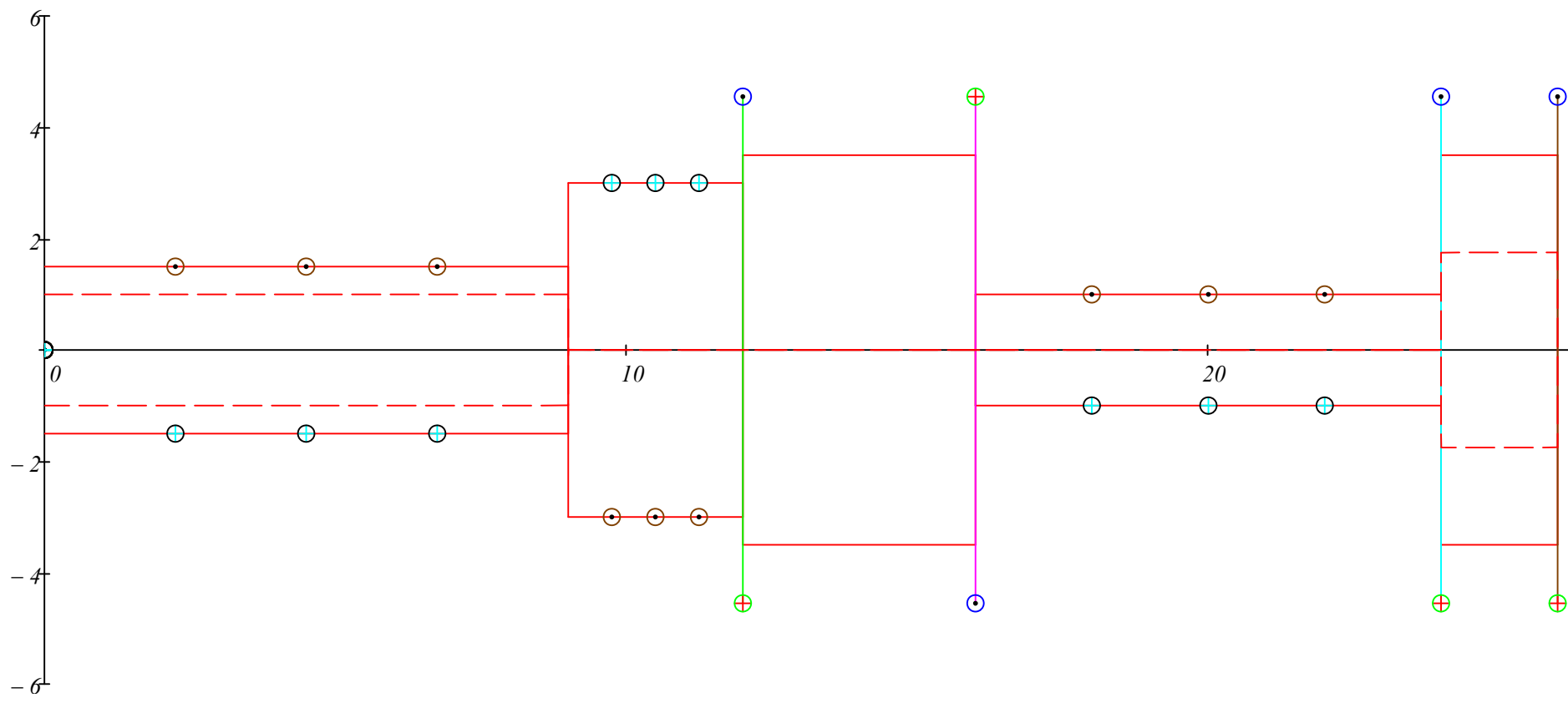
$$D_4 = 2 \cdot d = 0.079 \cdot \text{м}$$

$$D_5 = 7 \cdot d = 0.278 \cdot \text{м}$$

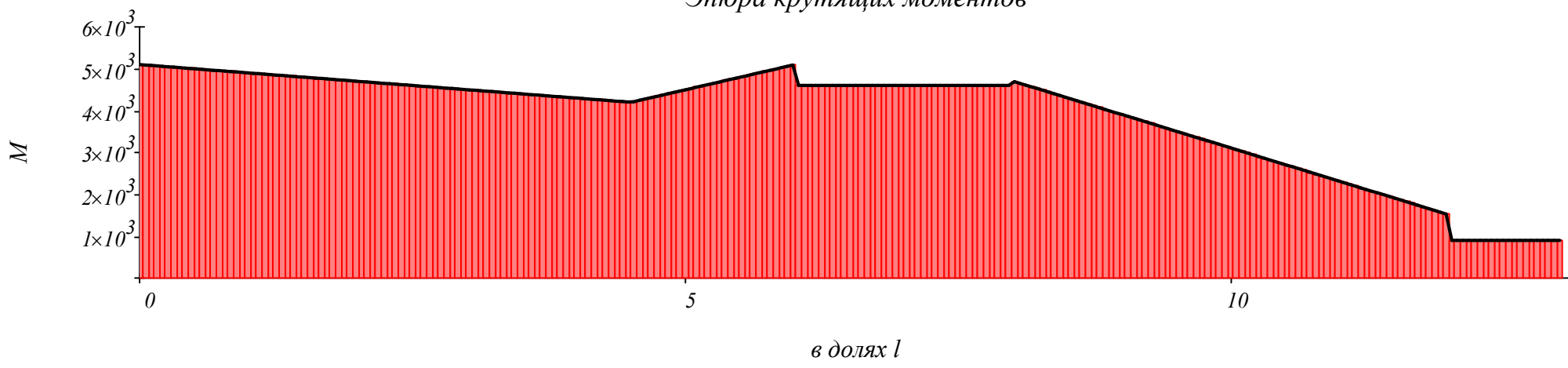
Диаметр внутреннего отверстия на 1 участке $d_1 = 0,079$ м

Диаметр внутреннего отверстия на 5 участке $d_5 = 0,139$ м

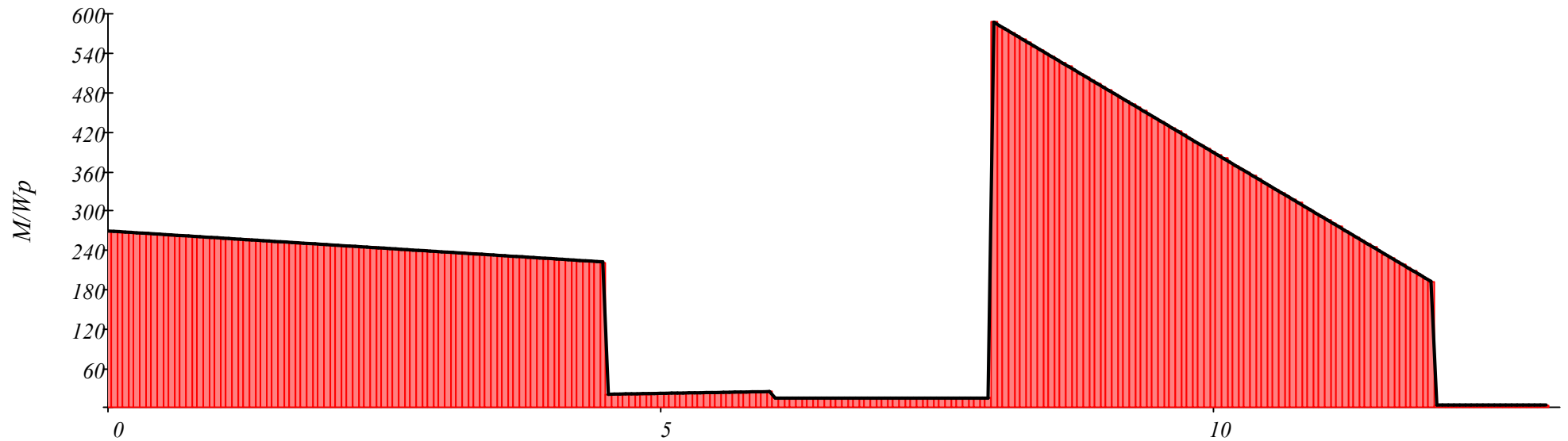
При этих размерах поперечных сечений будет обеспечена их прочность, так и жесткость вала



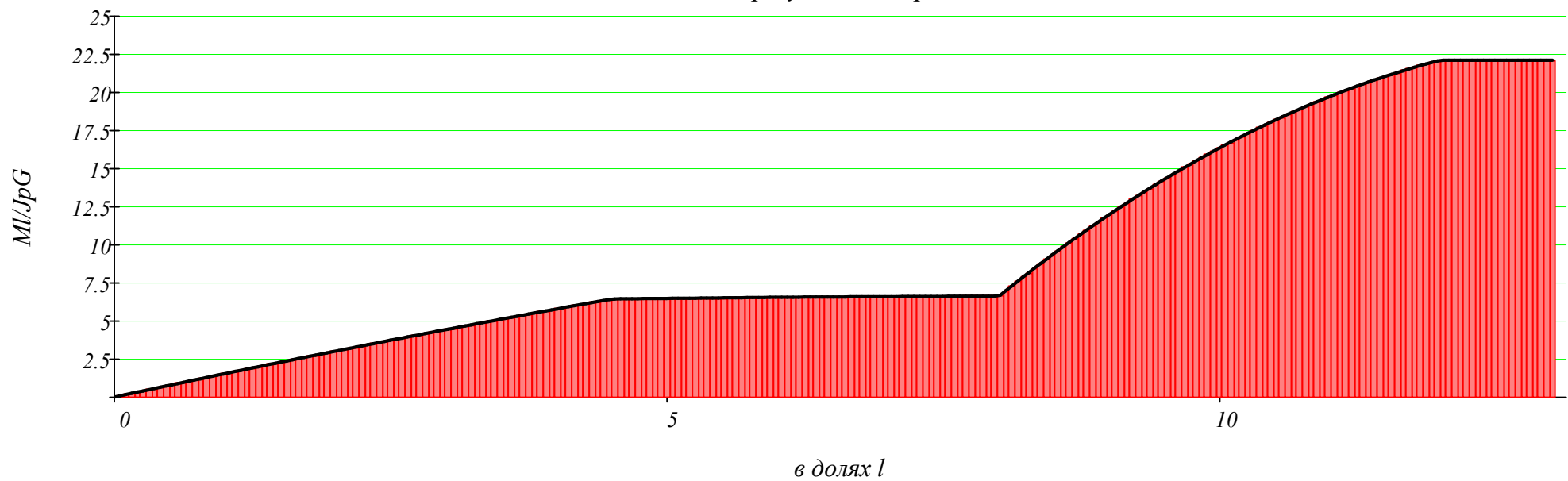
Эпюра крутящих моментов



Эюра максимальных касателн. напряжений



Эюра углов поворота



в долях l