

<В каталог

Задача 1

$$P = 3 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$a = 2 \text{ м}$$

$$E = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

Для определения продольных сил применим метод сечений, предварительно выделив характерные участки, границами которых являются места приложения сосредоточенных сил. На каждом участке проведем сечение и рассмотрим равновесие отсеченных частей

$$\sum Y = 0$$

$$R_a - 2P + P + 2P = 0$$

Теперь можно определить реакцию в верхней заделке:

$$R_A = 2P - P - 2P = 2 \times 30 \times 10^3 - 30 \times 10^3 - 2 \times 30 \times 10^3 = -3 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Используя метод сечений определим продольные силы по участкам и построим эпюру

1) участок

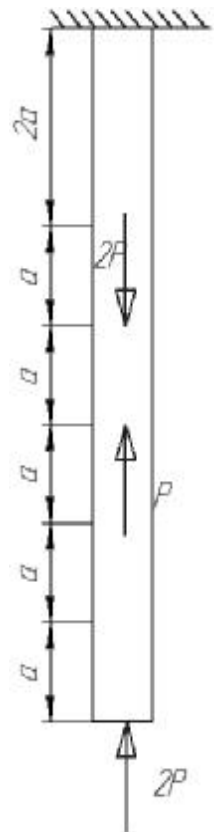
$$N_1 = -2P = -2 \times 30 \times 10^3 = -6 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

2) участок

$$N_2 = -2P - P = -2 \times 30 \times 10^3 - 30 \times 10^3 = -9 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

3) участок

$$N_3 = -2P - P + 2P = -2 \times 30 \times 10^3 - 30 \times 10^3 + 2 \times 30 \times 10^3 = -3 \cdot 10^4 \text{ Н}$$



Определим максимальную нормальную нагрузку:

$$N_{max} = 9 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Определим площадь поперечного сечения стержня:

$$I\sigma = \frac{N_{max}}{F} \quad \text{где} \quad [\sigma] = 1.6 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$\text{Тогда} \quad F = \left| \frac{N_{max}}{[\sigma]} \right| = \left| \frac{90000}{160 \times 10^6} \right| = 5.625 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Определим напряжения на каждом участке:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{-60000}{0.000562} = -1.068 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = \frac{-90000}{0.000562} = -1.601 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F} = \frac{-30000}{0.000562} = -5.338 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

Определим относительные удлинения на каждом участке:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{-107000000}{1.2 \times 10^{11}} = -0.000892 = -8.92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{м}}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{-160000000}{1.2 \times 10^{11}} = -0.00133 = -1.33 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{м}}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} = \frac{-53400000}{1.2 \times 10^{11}} = -0.000445 = -4.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{м}}$$

Определим перемещения стержня:

$$\Delta l'_1 = \frac{N_3 \times 2a}{E \mathcal{F}} = \frac{-30000 \times 2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} = -0.00178 = -1.78 \cdot 10^{-3} \text{м}$$

$$\Delta l'_2 = \Delta l'_1 + \frac{N_2 \times 2a}{E \mathcal{F}} = -0.00178 + \frac{-90000 \times 2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} = -0.00712 = -7.12 \cdot 10^{-3} \text{м}$$

$$\Delta l'_3 = \Delta l'_2 + \frac{N_1 \times 3a}{E \mathcal{F}} = -0.00712 + \frac{-60000 \times 3 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} = -0.0125 = -0.013 \text{м}$$

Определим перемещение сечения 1-1

$$\Delta l_1 = \frac{N_3 \times 2a}{E \mathcal{F}} = \frac{-30000 \times 2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} = -0.00178 = -1.78 \cdot 10^{-3} \text{м} \quad \text{расстояние относительно заделки}$$

Составим раскрытое выражение потенциальной энергии в брус

$$U = \sum_j \frac{N_j^2 \times \mathcal{L}_j}{E \mathcal{F}_j}$$

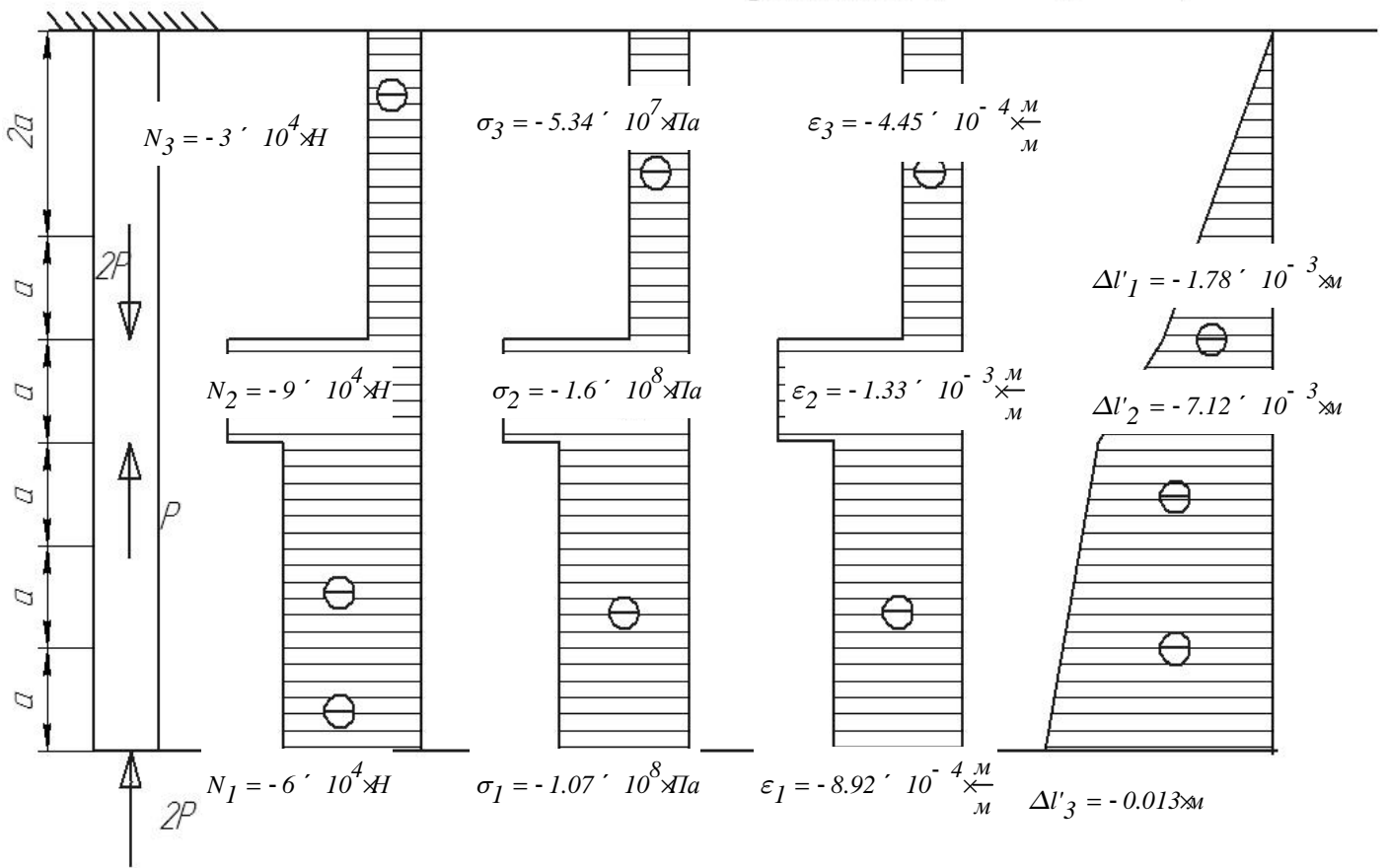
$$U = \frac{N_1^2 \times 3a}{E \mathcal{F}} + \frac{N_2^2 \times a}{E \mathcal{F}} + \frac{N_3^2 \times 3a}{E \mathcal{F}} = \frac{(-60000)^2 \times 3 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} + \frac{(-90000)^2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} + \frac{(-30000)^2 \times 3 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 0.000562} = 640.569 \text{ Дж}$$

ЭН, Н

Эпюра напряжений
Н/м²

Эпюра относительного
удлинения, м/м

Эпюра абсолютного
удлинения, м



Задача 2

запишем данные

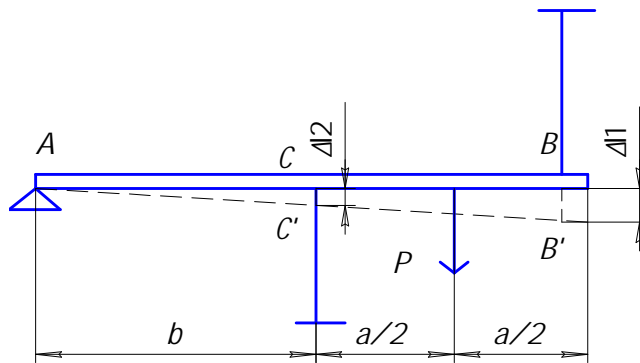
$$a = 2.1 \text{ м}$$

$$b = 1 \text{ м}$$

$$l = 1.8 \text{ м}$$

$$P = 2.1 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$



Решение: Рассматриваемая система статически неопределима. Степень статической неопределимости $n=1$. Число неизвестных - усилия в двух стержнях - на единицу превышает число уравнений.

$$\sum M_A = 0$$

$$-P \cdot \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cdot \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi} + N_1 \cdot (a + b) + N_2 \cdot b = 0$$

Еще одно уравнение составляется по условию совместности деформирования стержней 1 и 2. Повернем блок на бесконечно малый угол. Вертикальные перемещения t . В совпадают с удлинением стержня 1, вертикальные перемещения точки C совпадают с удлинением стержня 2. Составим подобие треугольников ABB' и ACC'.

соотношение длин:

$$\frac{BB'}{CC'} = \frac{AB}{AC} \quad l_{AB} = b + a \quad l_{BB'} = \Delta l_1$$

$$l_{AC} = b \quad l_{CC'} = \Delta l_2$$

Отсюда

$$\Delta l_1 \cdot l_{AC} = \Delta l_2 \cdot l_{AB}$$

тогда

$$\frac{N_1 \cdot 2 \cdot l_{AC}}{2E\mathcal{F}} = \frac{N_2 \cdot 1.5 l_{AB}}{E\mathcal{F}}$$

Составим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1 \cdot 2 \cdot l_{AC} - 2 \cdot N_2 \cdot 1.5 l_{AB} = 0 \\ -P \cdot \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cdot \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi} + N_1 \cdot (a + b) + N_2 \cdot b = 0 \end{array} \right. \quad \text{где} \quad \begin{array}{ll} l = 1.8 \text{ м} & a = 2.1 \text{ м} \\ l_{AB} = 3.1 \text{ м} & b = 1 \text{ м} \\ P = 2.1 \cdot 10^4 \text{ Н} & \end{array}$$

тогда

$$N_1 = 1.299 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$N_2 = 2.792 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Отсюда найдем напряжения

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{12986}{F} \\ \sigma_2 = \frac{N_2}{2F} = \frac{2792}{2F} \end{array} \right.$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям определим площадь поперечного сечения стержня.

$$I\sigma I = 200 \times 10^6 \text{ Па}$$

тогда $I\sigma I = \frac{N}{F}$

$$F_1 = \frac{N_1}{I\sigma I} = \frac{12986}{200 \times 10^6} = 6.493 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

$$F_2 = \frac{N_2}{2I\sigma I} = \frac{2792}{2 \times 200 \times 10^6} = 6.98 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Выберем максимально ем по площади сечение сечение

$$F_{max} = 6.493 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

Задача 3

Изгибающие моменты, н*м

$$M_c = -150000$$

Сосредоточенные силы, Н

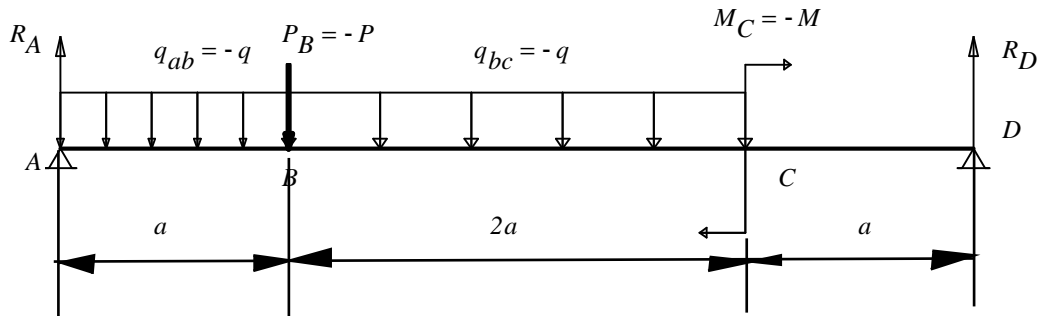
$$P_b = -60000$$

Распределенные нагрузки, Н/м

$$q_{ab} = -6000 \quad q_{bc} = -6000$$

Длины участков, м

$$l_{ab} = 1,5 \quad l_{bc} = 3 \quad l_{cd} = 1,5$$



Решение: Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма моментов относительно опоры

A равна 0

$$\sum M_a = 0$$

$$R_d(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) - \frac{l_{ab}^2 q_{ab}}{2} - P_b l_{ab} - M_c - l_{bc} q_{bc} l_{ab} + \frac{l_{bc} \ddot{0}}{2} = 0$$

$$R_d = \frac{M_c + \frac{l_{ab}^2 q_{ab}}{2} + P_b l_{ab} + l_{bc} q_{bc} l_{ab} + \frac{l_{bc} \ddot{0}}{2}}{l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}}$$

$$R_d = \frac{150000 + \frac{1.5^2 \times 6000}{2} + 60000 \times 1.5 + 3 \times 6000 \times 1.5 + \frac{3 \ddot{0}}{2}}{1.5 + 3 + 1.5}$$

$$= 50125.0 = 5.013 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Сумма моментов относительно опоры D равна 0

$$\sum M_d = 0$$

$$P_b(l_{bc} + l_{cd}) - M_c - R_a(l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}) + l_{bc} q_{bc} \frac{l_{bc}}{2} + l_{cd} \ddot{0} + l_{ab} q_{ab} \frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} + l_{cd} \ddot{0} = 0$$

$$R_a = \frac{P_b(l_{bc} + l_{cd}) - M_c + l_{bc} q_{bc} \frac{l_{bc}}{2} + l_{cd} \ddot{0} + l_{ab} q_{ab} \frac{l_{ab}}{2} + l_{bc} + l_{cd} \ddot{0}}{l_{ab} + l_{bc} + l_{cd}}$$

$$R_a = \frac{60000 \times (3 + 1.5) - 150000 + 3 \times 6000 \times \frac{3^2}{2} + 1.5 \ddot{0} + 1.5 \times 6000 \times \frac{1.5^2}{2} + 3 + 1.5 \ddot{0}}{1.5 + 3 + 1.5}$$

$$= 36875.0 = 3.688 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma Y = R_a - P_b + R_d - l_{ab} \times q_{ab} - l_{bc} \times q_{bc} = 0$$

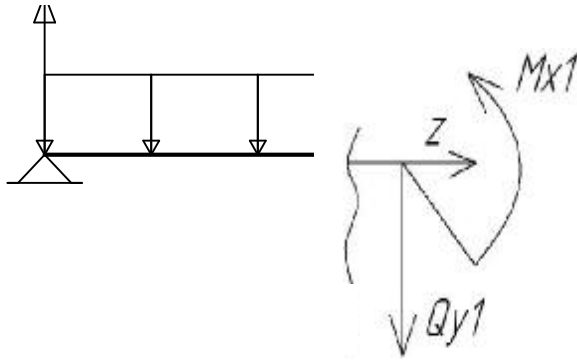
$$\Sigma Y = R_a - 60000 + R_d - 1.5 \times 6000 - 3 \times 6000 = 0$$

$$\Sigma Y = -60000 - 1.5 \times 6000 - 3 \times 6000 + 36875 + 50125 = 0$$

Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \leq z_1 \leq l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{1x} = R_a \times z_1 - \frac{q_{ab} \times z_1^2}{2}$$

$$Q_{1y} = R_a - q_{ab} \times z_1$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{1x} = 36875 \times 0 - \frac{6000 \times 0^2}{2} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q_{1y} = 36875 - 6000 \times 0 = 3.688 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_1 = \frac{l_{ab}}{2} = 0.75 \text{ м}$

$$M'_{1x} = 36875 \times 0.75 - \frac{6000 \times 0.75^2}{2} = 2.597 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

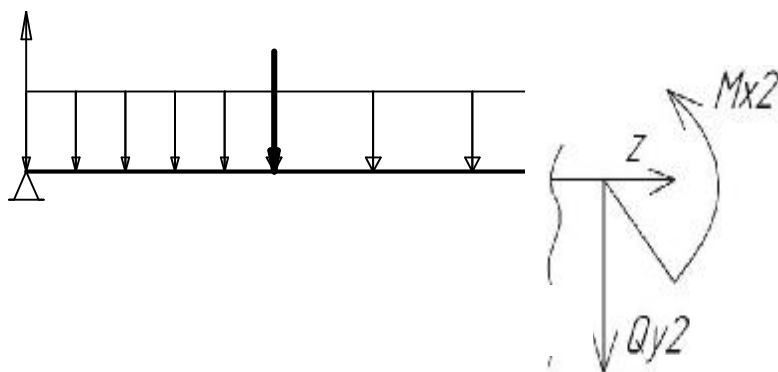
$$Q'_{1y} = 36875 - 6000 \times 0.75 = 3.237 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_1 = l_{ab} = 1.5 \text{ м}$

$$M''_{1x} = 36875 \times 1.5 - \frac{6000 \times 1.5^2}{2} = 4.856 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{1y} = 36875 - 6000 \times 1.5 = 2.788 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

2 участок $0 \leq z_2 \leq l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = R_a \times (l_{ab} + z_2) - \frac{q_{bc} \times z_2^2}{2} - P_b \times z_2 - l_{ab} \times q_{ab} \times \frac{z_2}{2} + z_2 \times \ddot{\varphi}$$

$$Q_{2y} = R_a - P_b - l_{ab} \times q_{ab} - q_{bc} \times z_2$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = 36875 \times (1.5 + 0) - \frac{6000 \times 0^2}{2} - 60000 \times 0 - 1.5 \times 6000 \times \frac{0}{2} + 0 \times \ddot{\varphi} = 4.856 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q_{2y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 6000 \times 0 = -3.212 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_2 = \frac{l_{bc}}{2} = 1.5 \text{ м}$

$$M'_{2x} = 36875 \times (1.5 + 1.5) - \frac{6000 \times 1.5^2}{2} - 60000 \times 1.5 - 1.5 \times 6000 \times \frac{1.5}{2} + 1.5 \times \ddot{\varphi} = -6.375 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

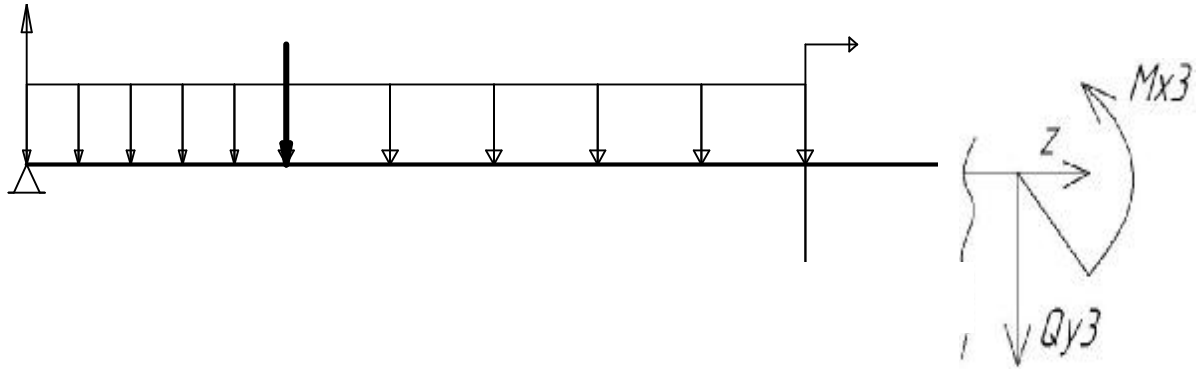
$$Q'_{2y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 6000 \times 1.5 = -4.112 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_2 = l_{bc} = 3 \text{ м}$

$$M''_{2x} = 36875 \times (1.5 + 3) - \frac{6000 \times 3^2}{2} - 60000 \times 3 - 1.5 \times 6000 \times \frac{3}{2} + 3 \times \ddot{\varphi} = -7.481 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{2y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 6000 \times 3 = -5.013 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

3 участок $0 \leq z_3 \leq l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3x} = M_c + R_a \times (l_{ab} + l_{bc} + z_3) - P_b \times (l_{bc} + z_3) - l_{ab} \times q_{ab} \times \frac{z_3^2}{2} + l_{bc} + z_3 - l_{bc} \times q_{bc} \times \frac{z_3^2}{2} + z_3 \times q$$

$$Q_{3y} = R_a - P_b - l_{ab} \times q_{ab} - l_{bc} \times q_{bc}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = 150000 + 36875 \times (1.5 + 3 + 0) - 60000 \times (3 + 0) - 1.5 \times 6000 \times \frac{0^2}{2} + 3 + 0 - 3 \times 6000 \times \frac{0^2}{2} + 0 = 7.519 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q_{3y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 3 \times 6000 = -5.013 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_3 = \frac{l_{cd}}{2} = 0.75 \text{ м}$

$$M'_{3x} = 150000 + 36875 \times (1.5 + 3 + 0.75) - 60000 \times (3 + 0.75) - 1.5 \times 6000 \times \frac{0.75^2}{2} + 3 + 0.75 - 3 \times 6000 \times \frac{0.75^2}{2} + 0.75 \times 0 = 3.759 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q'_{3y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 3 \times 6000 = -5.013 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

при $z_3 = l_{cd} = 1.5 \text{ м}$

$$M''_{3x} = 150000 + 36875 \times (1.5 + 3 + 1.5) - 60000 \times (3 + 1.5) - 1.5 \times 6000 \times \frac{1.5^2}{2} + 3 + 1.5 - 3 \times 6000 \times \frac{1.5^2}{2} + 1.5 \times 0 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{3y} = 36875 - 60000 - 1.5 \times 6000 - 3 \times 6000 = -5.013 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

По условию прочности подбираем рациональный профиль из семи заданных ниже форм

Допустимое нормальное напряжение

$$[\sigma] = 1.6 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

Из условия прочности

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq \sigma I$$

тогда расчетный осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x = \frac{|M_{max}|}{\sigma I} = \frac{|75187.0|}{200 \cdot 10^6} = 0.000376 = 3.76 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$W_x = 376 \text{ см}^3$$

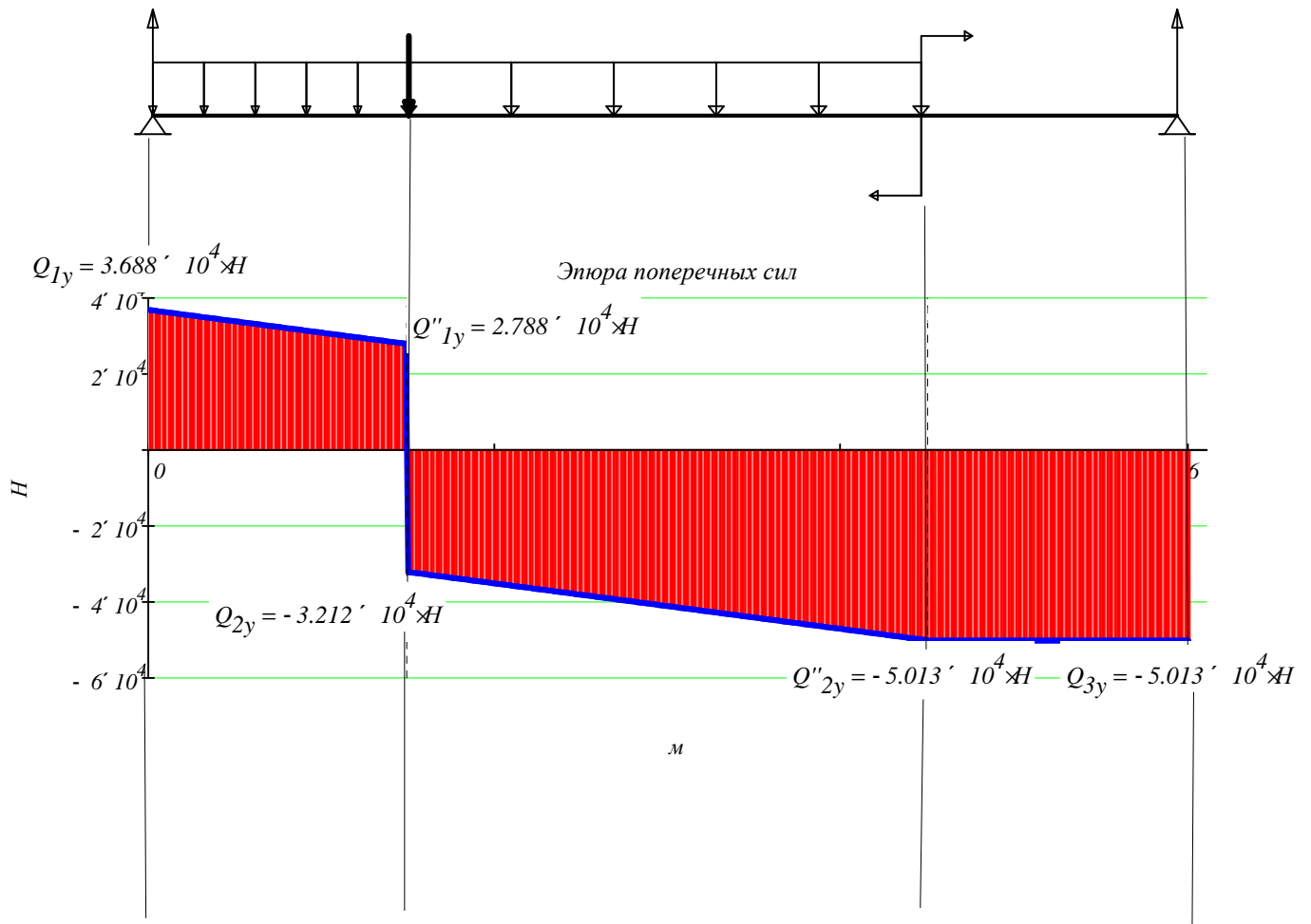
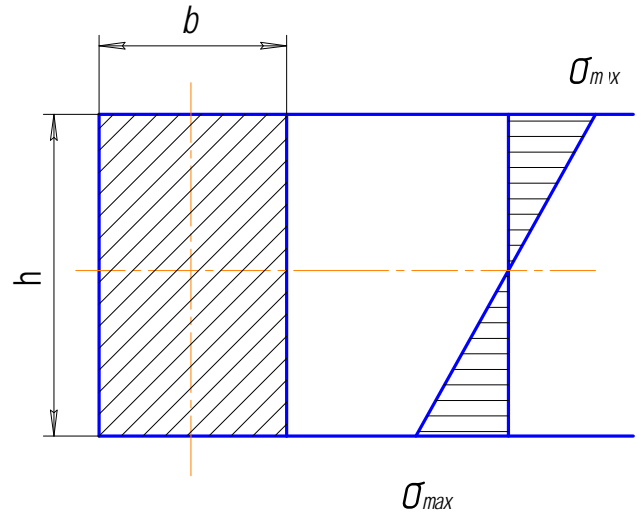
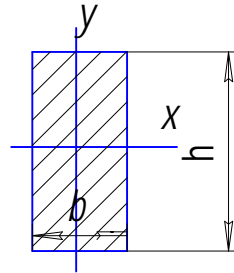
Определяем размеры наиболее распространенных балок

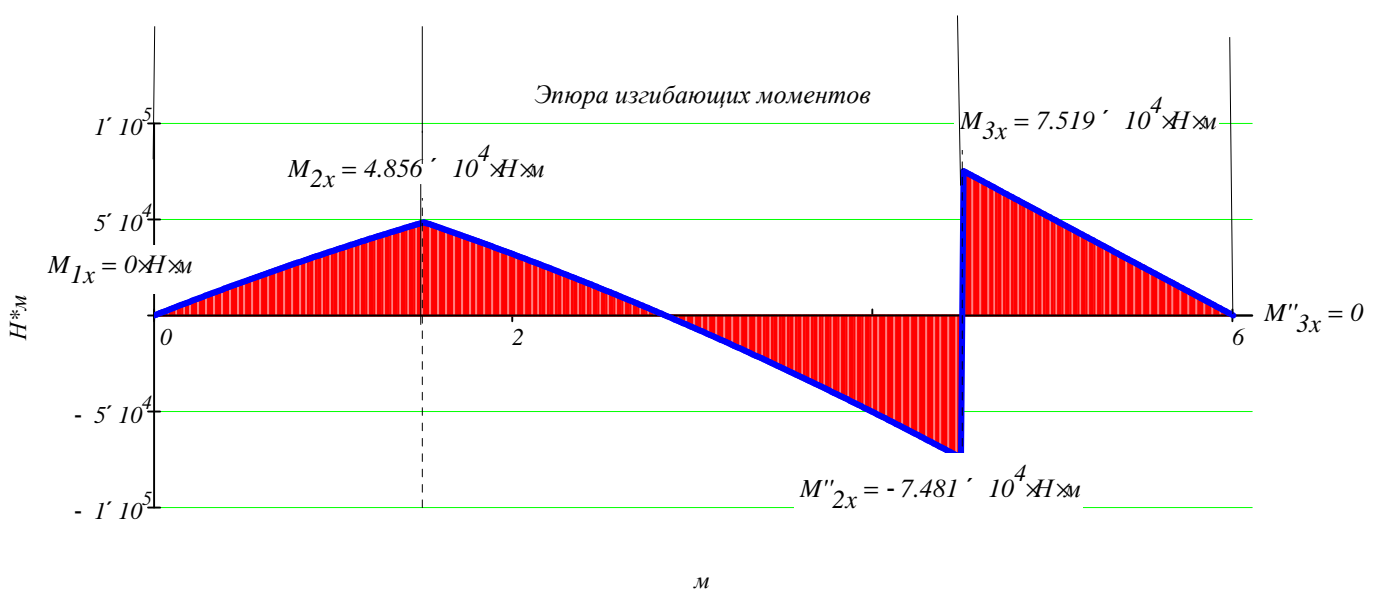
а) прямоугольник

$$h = 2b$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{2b^3}{3}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 376.0}{2}} = 8.26 = 8.26 \text{ см}$$





задача 4

Запишем данные:

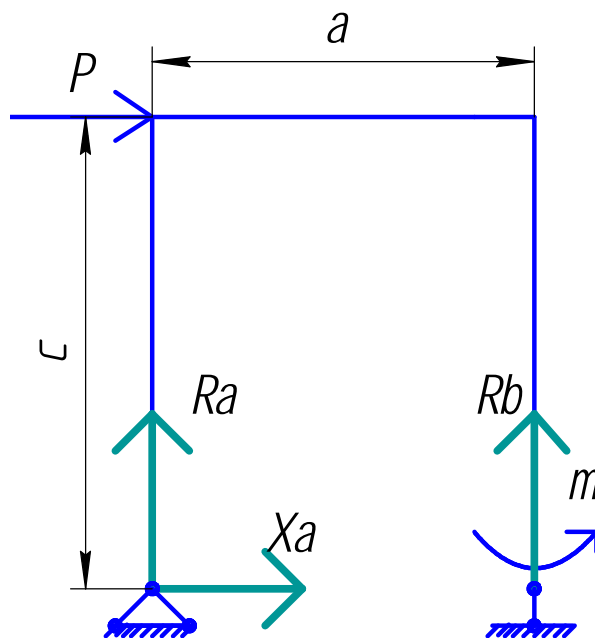
$$q = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{H}}{\text{м}}$$

$$a = 0.5 \text{ м}$$

$$P = 2 \cdot q \cdot a = 6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$c = 1.2 \cdot a = 0.6 \text{ м}$$

$$m = 0.2 \cdot q \cdot a^2 = 300 \text{ H}\cdot\text{м}$$



Решение: определим реакции опор:

Сумма моментов относительно опоры А = 0

$$\Sigma M_a = 0$$

$$R_b \cdot a - P \cdot c + m = 0$$

$$\text{отсюда } R_b = \frac{P \cdot c - m}{a} = \frac{6000 \cdot 0.6 - 300}{0.5} = 6600.0 = 6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сумма моментов относительно опоры В = 0

$$\Sigma M_b = 0$$

$$-R_a \cdot a - P \cdot c + m = 0$$

$$R_a = \frac{-P \times c + m}{a} = \frac{-6000 \times 0.6 + 300}{0.5} = -6600.0 = -6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сумма сил на ось Y = 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$R_b + R_a = 0 = 6600 + -6600 = 0$$

Сумма сил на ось X равна 0

$$\Sigma X = 0$$

$$X_a + P = 0$$

$$X_a = -P = -6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

рассматриваем конструкцию с опоры А:

1. Вертикальный участок. $0 \leq z_1 \leq c$

продольная сила: $N_1 = -R_a = 6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$

поперечная сила $Q_1 = -X_a = 6 \cdot 10^3 \text{ Н}$

изгибающий момент $M_1 = -X_a \times z_1$

при $z_1 = 0$ $M_1 = 0$

при $z_1 = c$ $M'_1 = -X_a \times c = (-6000) \times 0.6 = 3.6 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$

2. горизонтальный участок:

продольная сила: $N_2 = -X_a - P = 0$

поперечная сила $Q_2 = R_a = -6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$

изгибающий момент $M_2 = R_a \times z_2 - X_a \times c$

при $z_2 = 0$ $M_2 = R_a \times 0 - X_a \times c = -6600 \times 0 - -6000 \times 0.6 = 3.6 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$

при $z_2 = a$ $M'_2 = R_a \times a - X_a \times c = -6600 \times 0.5 - -6000 \times 0.6 = 300 \text{ Н}\cdot\text{м}$

3. вертикальный участок:

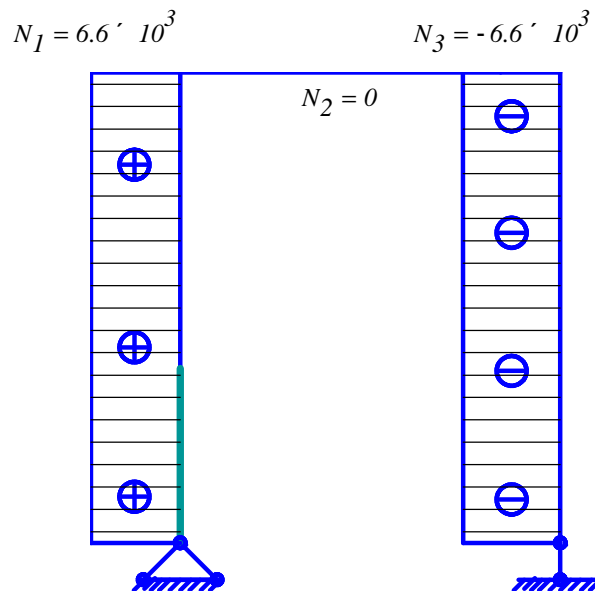
продольная сила: $N_3 = -R_b = -6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$

поперечная сила $Q_3 = 0$

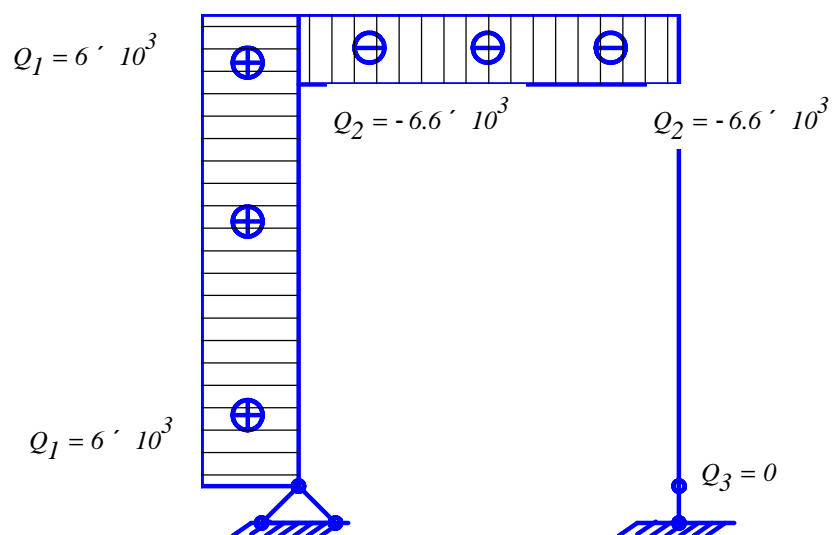
изгибающий момент $M_3 = M'_2 = 300 \text{ Н}\cdot\text{м}$

построим эпюры:

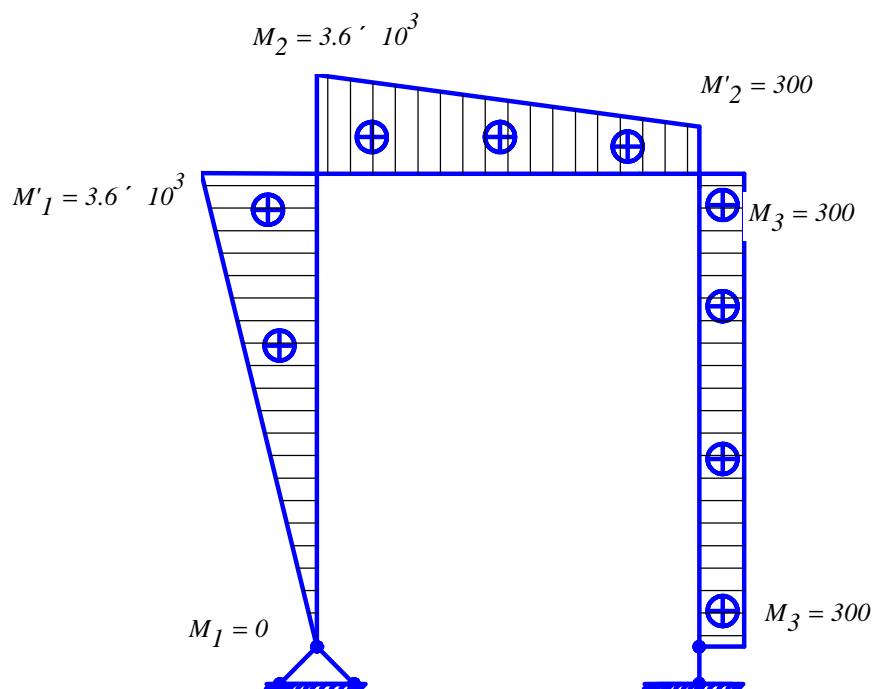
Эпюра нормальных сил, Н



Эпюра перерезывающих сил, Н



Эпюра изгибающих моментов, н*м

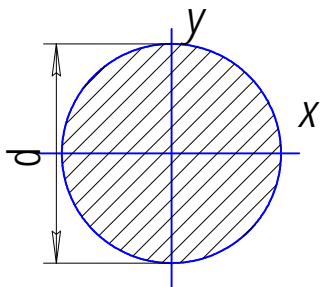


Подберем по опасному сечению диаметр поперечного сечения:

растяжение сжатие стержня:

допускаемое напряжение $\sigma_{\text{доп}} = 180 \times 10^6 \text{ Па}$

$$N_{\text{max}} = 6.6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$



площадь поперечного сечения:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq \sigma_{\text{доп}}$$

$$F = \frac{N_{\text{max}}}{\sigma_{\text{доп}}}$$

$$F = 3.667 \cdot 10^{-5} \text{ тогда}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{F \cdot 4}{\pi}} \quad d = 6.833 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

изгиб стержня:

$$M_{\text{max}} = 3.6 \cdot 10^3 \text{ м}^3$$

$$W_x = \frac{|M_{\text{max}}|}{\sigma_{\text{доп}}} = \frac{|3600|}{180 \times 10^6} = 0.00002 \text{ м}^3$$

тогда

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{3.14}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0.00002}{3.14}} = 0.059 \text{ м}$$

Выберем диаметр сечения

$$d_2 = 0.059 \text{ м}$$

5 задача

Исходные данные:

Длины участков:

$$a = 1.2 \text{ м}$$

$$b = 1.5 \text{ м}$$

$$c = 2 \text{ м}$$

Мощность, снимаемая со шкивов:

$$N_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

$$N_2 = 1.3 \cdot 10^5 \text{ Вт}$$

Частота вращения $n_0 = 1.5 \cdot \frac{\text{об}}{\text{мин}}$

Допустимые касательные напряжения $\tau = 100 \times 10^6 \text{ Па}$

Предельный угол закручивания $\varphi = 2^\circ$

Удельный угол закручивания $\theta = \frac{\varphi}{(a + b + c) \times 2} = 0.00371 = 0.213^\circ \text{ на метр}$

Модуль упругости второго рода $G = 8 \times 10^{10} \text{ Па}$

Решение:

Пусть к валу передается через ведущий шкив вращение с заданной скоростью и снимаются мощности N с рабочих шкивов. Необходимо построить эпюру крутящих моментов. Из условия прочности и жесткости определить диаметр вала. Построить эпюру угла закручивания по длине.

$$M = \frac{30 \times N}{3.14 \times n_0}$$

$$M_1 = \frac{30 \times N_1}{3.14 \times n_0} = \frac{30 \times 40000}{3.14 \times 1500} = 254.777 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = \frac{30 \times N_2}{3.14 \times n_0} = \frac{30 \times 130000}{3.14 \times 1500} = 828.03 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

По найденным моментам строим эпюру. Максимальный крутящий момент равен

$$M_{k.max} = M_1 + M_2 = 254.777 + 828.03 = 1082.81 = 1.083 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Из условия прочности находим

$$d_1^3 \sqrt[3]{\frac{16 \times M_{k.max}}{3.14 \times \tau}} \quad \text{где} \quad \tau = 1 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 \times M_{k.max}}{3.14 \times \tau}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 1082.81}{3.14 \times 100 \times 10^6}} = 0.0381 = 0.038 \text{ м}$$

Из условия жесткости имеем:

$$d_2^3 \sqrt[4]{\frac{32 \times M_{k.max}}{3.14 \times G \times \theta}}$$

$$d_2 = \sqrt[4]{\frac{32 \times M_{k.max}}{3.14 \times G \times \theta}} = \sqrt[4]{\frac{32 \times 1082.81}{3.14 \times 8 \times 10^{10} \times 0.00371}} = 0.078$$

$$d_2 = 0.078 \text{ м}$$

Окончательно имеем

$$d = 0.078 \text{ м}$$

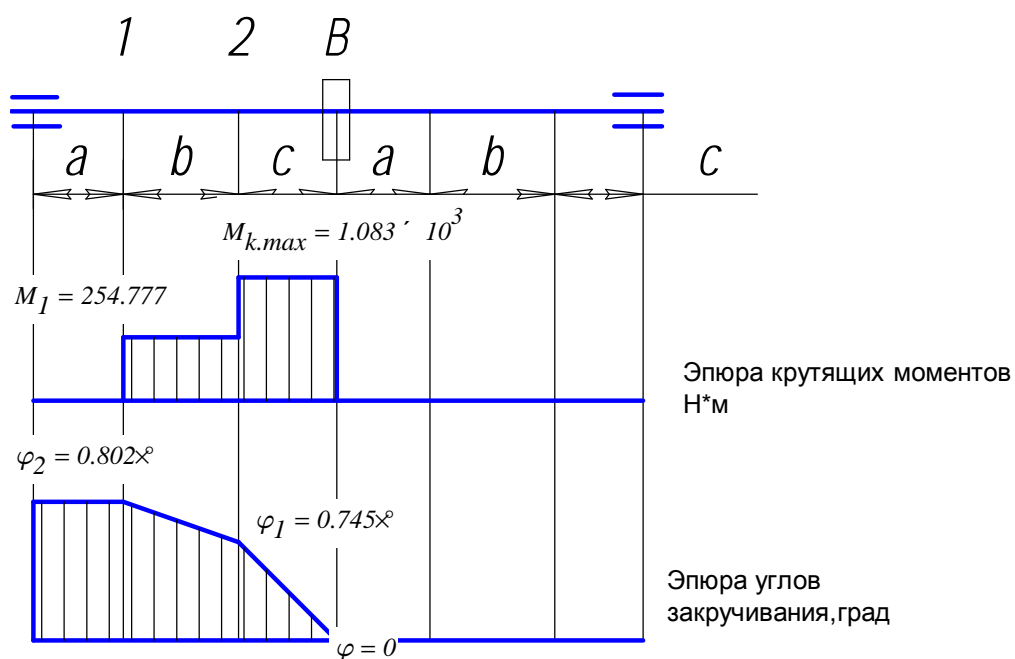
Угол закручивания определим по формуле, закрепив одно из сечений, например прикрепление ведущего шкива.

$$\varphi_1 = \frac{(M_1 + M_2) \times (b + c) \times 32}{G \times 3.14 \times d^4} = \frac{(254.777 + 828.03) \times (1.5 + 2) \times 32}{8 \times 10^{10} \times 3.14 \times 0.0781^4} = 0.013$$

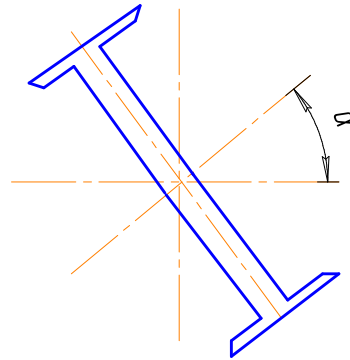
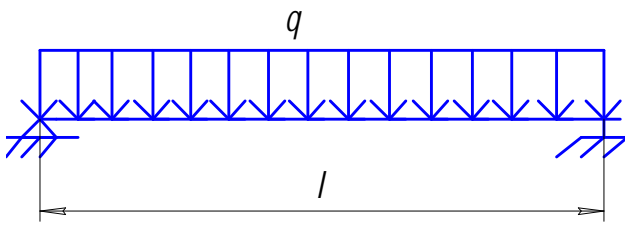
$$\varphi_1 = 0.745 \times \text{град}$$

$$\varphi_2 = \frac{M_1 \times a \times 32}{G \times 3.14 \times d^4} + \varphi_1 = \frac{254.777 \times 1.2 \times 32}{8 \times 10^{10} \times 3.14 \times 0.0781^4} + 0.013 = 0.014$$

$$\varphi_2 = 0.802 \times \text{град}$$



6 задача



Номер двутавра $N = 32$

Отсюда найдем площадь и моменты инерции

$$F = 53.8 \text{ см}^2 \quad W_x = 518 \text{ см}^2 \quad W_y = 59.9 \text{ см}^2$$

$$q = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$l = 8 \text{ м}$$

$$\alpha = 4^\circ$$

Решение: Нагрузку можно разложить по двум главным для поперечного сечения направлениям

$$q_y = q \cos(\alpha) = 5000 \cos(4^\circ) = 4.988 \cdot 10^3$$

$$q_y = 4.988 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$q_x = q \sin(\alpha) = 5000 \sin(4^\circ) = 348.782$$

$$q_x = 348.782 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Для каждой из плоскостей эпюра моментов будет подобной и максимальные значения моментов будут следующими

$$M_{x.max} = \frac{q_y l^2}{8} = \frac{4987.0 \cdot 8^2}{8} = 39896.0$$

$$M_{y.max} = \frac{q_x l^2}{8} = \frac{349.0 \cdot 8^2}{8} = 2792.0$$

$$M_{x.max} = 3.99 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{y.max} = 2.792 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

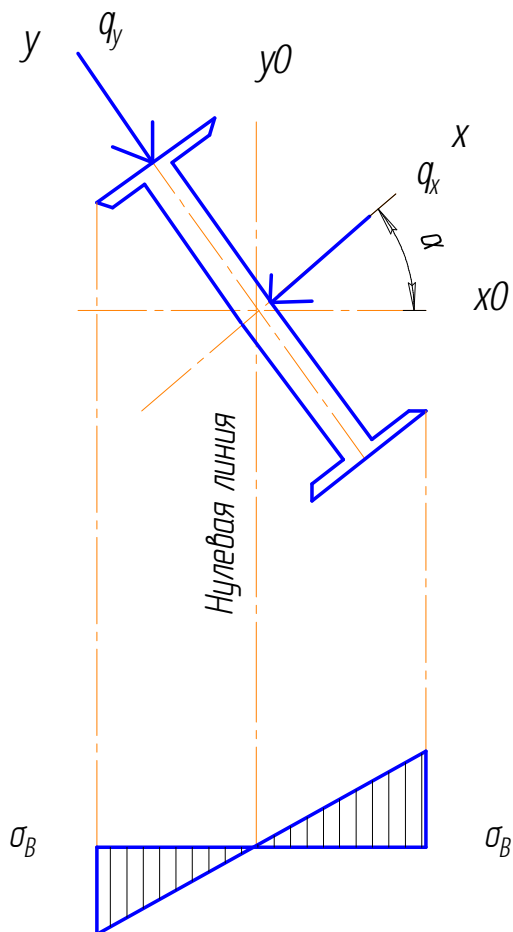
Положение нулевой линии из условия $\sigma = 0$

$$\alpha = 4^\circ \text{ рад}$$

Максимальные растягивающие напряжения будут в точке А

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x.max}}{W_x \times 10^{-6}} + \frac{M_{y.max}}{W_y \times 10^{-6}} = \frac{39896.0}{518 \times 10^{-6}} + \frac{2792.0}{59.9 \times 10^{-6}} = 1.236 \cdot 10^8$$

$$\sigma_{max} = 1.236 \cdot 10^8 \frac{H}{m^2}$$



7 задача

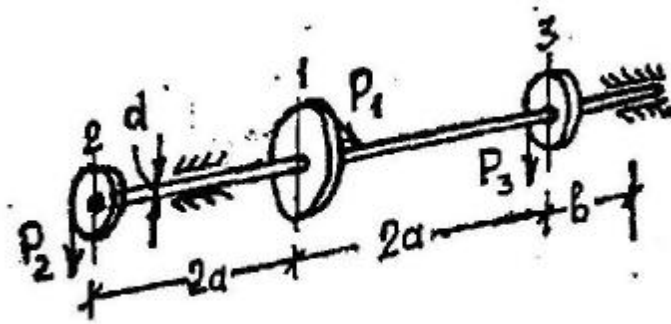
$$P_1 = 8 \times 10^3 \text{ Н}$$

$$P_2 = 6 \times 10^3 \text{ Н}$$

$$I_{\sigma I} = 10 \times 10^7 \text{ Па}$$

$$a = 0.4 \text{ м}$$

$$b = 0.3 \text{ м}$$



Решение:

Диаметры:

Ведущий шкив $D_1 = 0,5 \text{ м}$

Ведомый шкив $D_2 = 0,4 \text{ м}$

Ведомый шкив $D_3 = 0,2 \text{ м}$

Длины участков:

Первый участок $l_{ab} = 0,4 \text{ м}$

Второй участок $l_{bc} = 0,4 \text{ м}$

Третий участок $l_{cd} = 0,8 \text{ м}$

Четвертый участок $l_{de} = 0,3 \text{ м}$

Углы направления ветвей ремней:

Ведущий шкив $a_1 = 0 \text{ град}$

Ведомый шкив $a_2 = -90 \text{ град}$

Ведомый шкив $a_3 = -90 \text{ град}$

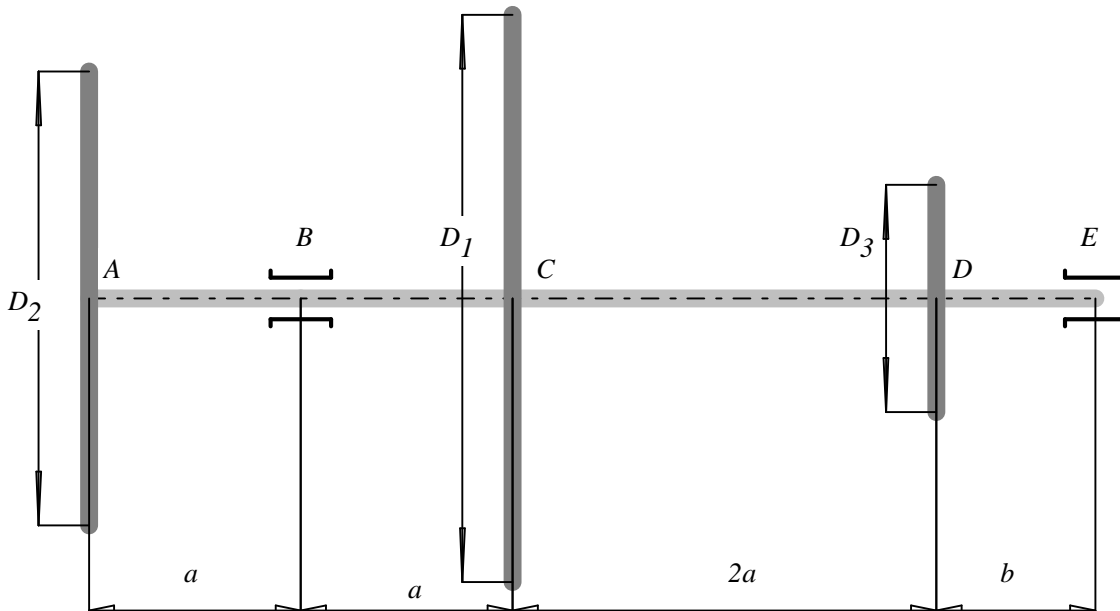
Допустимое нормальное напряжение 100 Мпа

Сначала определим величину P из условия равновесия

$$\Sigma M_z = 0$$

$$\frac{P_2 \times D_2}{2} - \frac{P_1 \times D_1}{2} + \frac{P_3 \times D_3}{2} = 0$$

$$P_3 = \frac{-\frac{P_2 \times D_2}{2} + \frac{P_1 \times D_1}{2}}{\frac{D_3}{2}} = \frac{-\frac{6 \times 10^3 \text{ Н} \times 0,4}{2} + \frac{8 \times 10^3 \text{ Н} \times 0,5}{2}}{\frac{0,2}{2}} = 8000,0 \text{ Н}$$



1. Определим внешние скручивающие моменты, действующие в передаче

$$M_1 = \frac{P_1 \times D_1}{2} = \frac{8 \times 10^3 \times 0.5}{2} = 2000.0 = 2 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = \frac{P_2 \times D_2}{2} = \frac{6 \times 10^3 \times 0.4}{2} = 1199.0 = 1.199 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_3 = \frac{P_3 \times D_3}{2} = \frac{8000.0 \times 0.2}{2} = 800.0 = 800 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

по полученным значениям внешних скручивающих моментов строим эпюру крутящих моментов

2. Определим силы, действующие в вертикальной плоскости YOZ и построим эпюру изгибающих моментов M_y в этой плоскости.

Действие сил на горизонтальную и вертикальную оси

На горизонтальную ось

$$T_{1x} = (P_1) \times \cos(\alpha_1) = 8 \times 10^3 \times \cos(0) = 8000.0 = 8000 \text{ Н}$$

$$T_{2x} = (P_2) \times \cos(\alpha_2) = 6 \times 10^3 \times \cos(-90^\circ) = 6000.0 \times \cos(90.0^\circ) = 0 \text{ Н}$$

$$T_{3x} = (P_3) \times \cos(\alpha_3) = 8000.0 \times \cos(-90^\circ) = 8000.0 \times \cos(90.0^\circ) = 0 \text{ Н}$$

На вертикальную ось

$$T_{1y} = (P_1) \times \sin(\alpha_1) = 8 \times 10^3 \times \sin(0) = 0.0 = 0 \text{ Н}$$

$$T_{2y} = (P_2) \times \sin(\alpha_2) = 6 \times 10^3 \times \sin(-90^\circ) = -6000.0 \times \sin(90.0^\circ) = -6000 \text{ Н}$$

$$T_{3y} = (P_3) \times \sin(\alpha_3) = 8000.0 \times \sin(-90^\circ) = -8000.0 \times \sin(90.0^\circ) = -8000 \text{ Н}$$

Рассмотрим действие поперечных сил и изгибающих моментов в горизонтальной плоскости

Сосредоточенные силы, Н

$$X_c = 8000$$

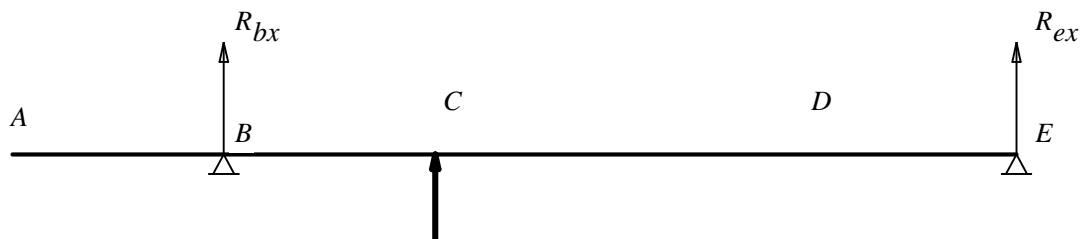
Длины участков, м

Сосредоточенные силы, Н

$$X_c = 8000$$

Длины участков, м

$$l_{ab} = 0,4 \quad l_{bc} = 0,4 \quad l_{cd} = 0,8 \quad l_{de} = 0,3$$



Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма моментов относительно опоры В равна 0

$$\sum M_b = 0$$

$$X_c \cdot l_{bc} + R_{ex} \cdot (l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) = 0$$

$$R_{ex} = - \frac{X_c \cdot l_{bc}}{l_{bc} + l_{cd} + l_{de}}$$

$$R_{ex} = - \frac{8000 \cdot 0,4}{0,4 + 0,8 + 0,3}$$

$$R_{ex} = - 2133,0 = - 2,133 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сумма моментов относительно опоры Е равна 0

$$X_c \cdot (l_{cd} + l_{de}) - R_{bx} \cdot (l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) = 0$$

$$R_{bx} = - \frac{X_c \cdot (l_{cd} + l_{de})}{l_{bc} + l_{cd} + l_{de}}$$

$$R_{bx} = - \frac{8000 \cdot (0,8 + 0,3)}{0,4 + 0,8 + 0,3}$$

$$R_{bx} = - 5866,0 = - 5,866 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Х равна 0

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma X = R_{bx} + R_{ex} + X_c = 0$$

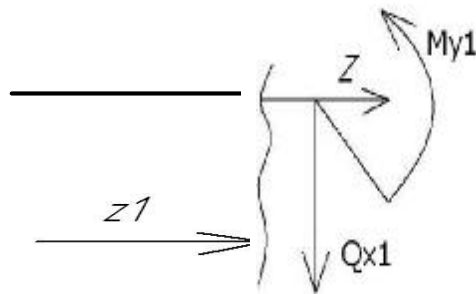
$$\Sigma X = R_{bx} + R_{ex} + 8000 = 0$$

$$\Sigma X = 8000 + - 5866 + - 2133 = 1$$

что можно принять равным 0. Проверка выполнена

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \leq z_1 \leq l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{1y} = 0$$

$$Q_{1x} = 0$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{1y} = 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

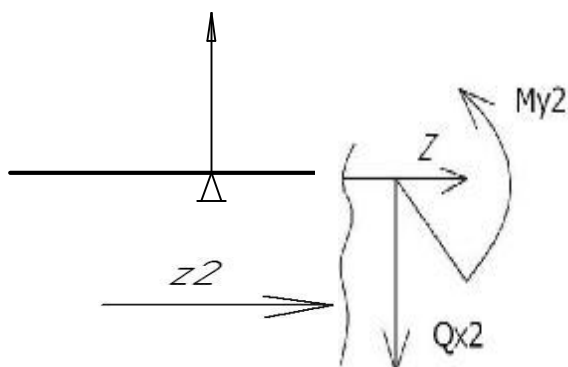
$$Q_{1x} = 0 = 0 \text{ кН}$$

при $z_1 = l_{ab} = 0.4 \text{ м}$

$$M''_{1y} = 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{1x} = 0 = 0 \text{ кН}$$

2 участок $0 \leq z_2 \leq l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2y} = R_{bx} \times z_2$$

$$Q_{2x} = R_{bx}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2y} = -5866 \times 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

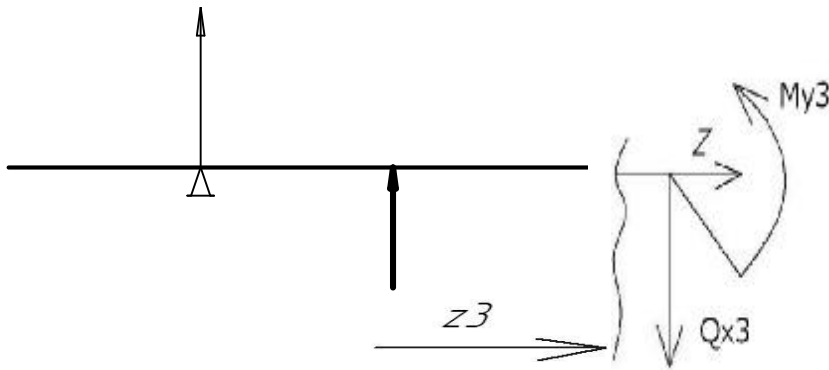
$$Q_{2x} = -5866 = -5.866 \cdot 10^3 \text{ кН}$$

при $z_2 = l_{bc} = 0.4 \text{ м}$

$$M''_{2y} = -5866 \times 0.4 = -2.346 \cdot 10^3 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{2x} = -5866 = -5.866 \cdot 10^3 \text{ кН}$$

3 участок $0 \leq z_3 \leq l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3y} = R_{bx}(l_{bc} + z_3) + X_c \times z_3$$

$$Q_{3x} = R_{bx} + X_c$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3y} = -5866(0.4 + 0) + 8000 \times 0 = -2.346 \cdot 10^3 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

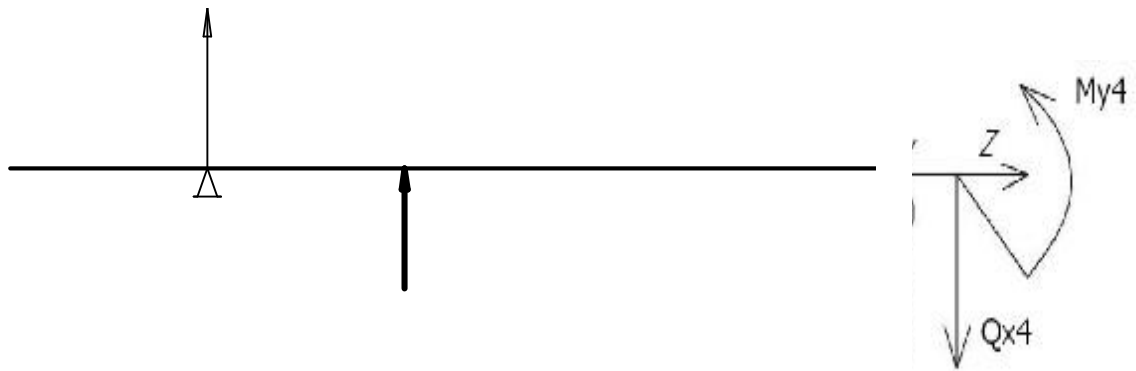
$$Q_{3x} = -5866 + 8000 = 2.134 \cdot 10^3 \text{ кН}$$

при $z_3 = l_{cd} = 0.8 \text{ м}$

$$M''_{3y} = -5866(0.4 + 0.8) + 8000 \times 0.8 = -639.2 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{3x} = -5866 + 8000 = 2.134 \cdot 10^3 \text{ кН}$$

4 участок $0 \leq z_4 \leq l_{de}$



при $z_4 = 0$

$$M_{4y} = R_{bx} \times (l_{bc} + l_{cd} + z_4) + X_c \times (l_{cd} + z_4)$$

$$Q_{4x} = R_{bx} + X_c$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{4y} = -5866 \times (0.4 + 0.8 + 0) + 8000 \times (0.8 + 0) = -639.2 \times \text{Н} \times \text{м}$$

$$Q_{4x} = -5866 + 8000 = 2.134 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

при $z_4 = l_{de} = 0.3 \text{ м}$

$$M''_{4y} = -5866 \times (0.4 + 0.8 + 0.3) + 8000 \times (0.8 + 0.3) = 1 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$Q''_{4x} = -5866 + 8000 = 2.134 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Рассмотрим действие поперечных сил и изгибающих моментов в вертикальной плоскости

Сосредоточенные силы, Н

$$Y_a = -6000$$

$$Y_d = -8000$$

Длины участков, м

$$l_{ab} = 0,4$$

$$l_{bc} = 0,4$$

$$l_{cd} = 0,8$$

$$l_{de} = 0,3$$



Определим реакции опор.

Составим уравнения статики. Сумма моментов относительно опоры В равна 0

$$\Sigma Mb=0$$

$$Y_a \times ab - Y_d \times (l_{bc} + l_{cd}) + R_{ey} \times (l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) = 0$$

$$R_{ey} = \frac{Y_d \times (l_{bc} + l_{cd}) - Y_a \times ab}{l_{bc} + l_{cd} + l_{de}}$$

$$R_{ey} = \frac{8000 \times (0.4 + 0.8) - 6000 \times 0.4}{0.4 + 0.8 + 0.3}$$

$$R_{ey} = 4800.0 = 4.8 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сумма моментов относительно опоры F равна 0

$$Y_a \times (l_{ab} + l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) + Y_d \times de - R_{by} \times (l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) = 0$$

$$R_{by} = \frac{Y_a \times (l_{ab} + l_{bc} + l_{cd} + l_{de}) + Y_d \times de}{l_{bc} + l_{cd} + l_{de}}$$

$$R_{by} = \frac{6000 \times (0.4 + 0.4 + 0.8 + 0.3) + 8000 \times 0.3}{0.4 + 0.8 + 0.3}$$

$$R_{by} = 9200.0 = 9.2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Сделаем проверку расчетов

Сумма сил на ось Y равна 0

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma Y = R_{by} + R_{ey} - Y_a - Y_d = 0$$

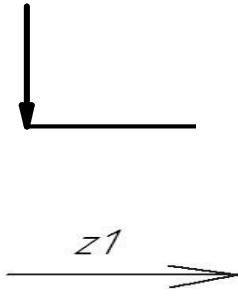
$$\Sigma Y = R_{by} + R_{ey} - 6000 - 8000 = 0$$

$$\Sigma Y = -6000 - 8000 + 9200 + 4800 = 0$$

Проверка выполнена. Реакции опор найдены правильно

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для этого определим поперечные силы и изгибающие моменты на участках

1 участок $0 \leq z_1 \leq l_{ab}$



при $z_1 = 0$

$$M_{1x} = -Y_a \times z_1$$

$$Q_{1y} = -Y_a$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{1x} = -6000 \times 0 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

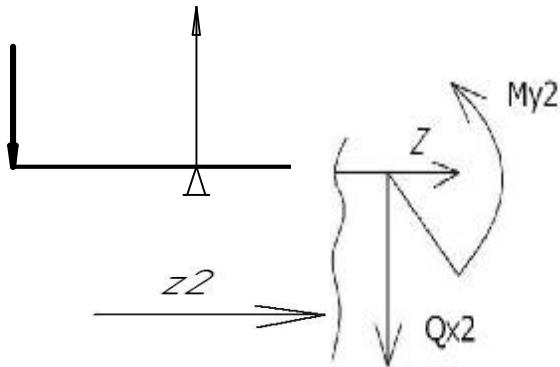
$$Q_{1y} = -6000 = -6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

при $z_1 = l_{ab} = 0.4 \text{ м}$

$$M''_{1x} = -6000 \times 0.4 = -2.4 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{1y} = -6000 = -6 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

2 участок $0 \leq z_2 \leq l_{bc}$



при $z_2 = 0$

$$M_{2x} = (-l_{ab} - z_2) \times Y_a + R_{by} \times z_2$$

$$Q_{2y} = R_{by} - Y_a$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{2x} = (-0.4 - 0) \times 6000 + 9200 \times 0 = -2.4 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

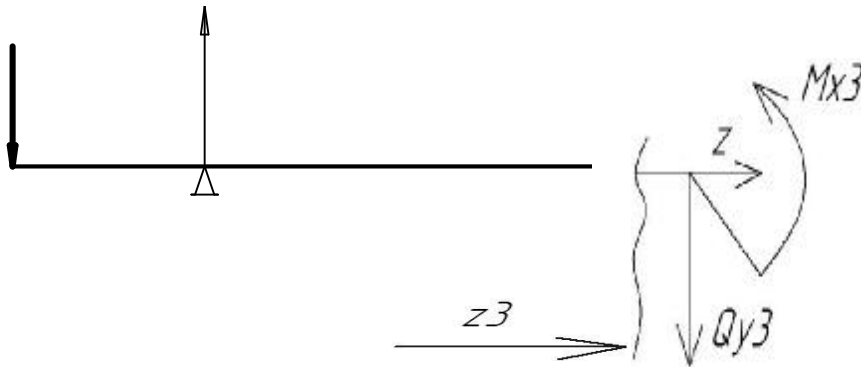
$$Q_{2y} = 9200 - 6000 = 3.2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$z_2 = l_{bc} = 0.4 \text{ м}$$

$$M''_{2x} = (-0.4 - 0.4) \times 6000 + 9200 \times 0.4 = -1.12 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{2y} = 9200 - 6000 = 3.2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

3 участок $0 \leq z_3 \leq l_{cd}$



при $z_3 = 0$

$$M_{3x} = (-l_{ab} - l_{bc} - z_3) \times Y_a + R_{by} \times (l_{bc} + z_3)$$

$$Q_{3y} = R_{by} - Y_a$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{3x} = (-0.4 - 0.4 - 0) \times 6000 + 9200 \times (0.4 + 0) = -1.12 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

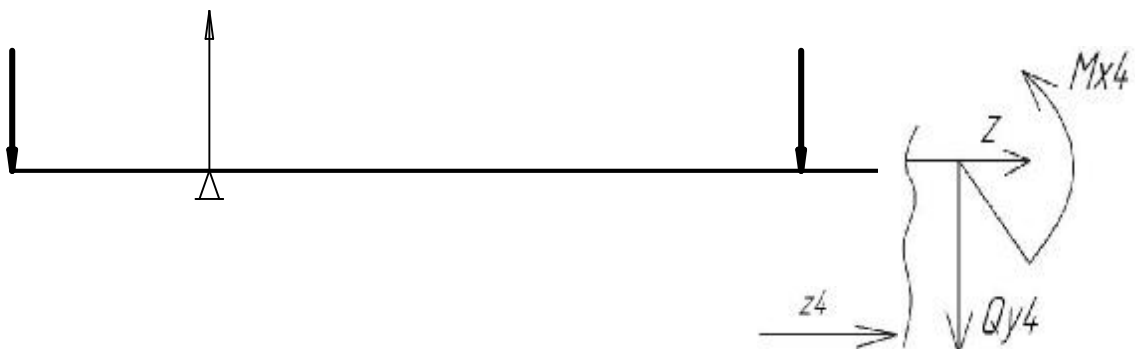
$$Q_{3y} = 9200 - 6000 = 3.2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$z_3 = l_{cd} = 0.8 \text{ м}$$

$$M''_{3x} = (-0.4 - 0.4 - 0.8) \times 6000 + 9200 \times (0.4 + 0.8) = 1.44 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{3y} = 9200 - 6000 = 3.2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

4 участок $0 \leq z_4 \leq l_{de}$



при $z_4 = 0$

$$M_{4x} = (-l_{ab} - l_{bc} - l_{cd} - z_4) \times Y_a + R_{by} \times (l_{bc} + l_{cd} + z_4) - Y_d \times z_4$$

$$Q_{4y} = R_{by} - Y_a - Y_d$$

Подставляя числовые значения, получим

$$M_{4x} = (-0.4 - 0.4 - 0.8 - 0) \times 6000 + 9200 \times (0.4 + 0.8 + 0) - 8000 \times 0 = 1.44 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q_{4y} = 9200 - 6000 - 8000 = -4.8 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$z_4 = l_{de} = 0.3 \text{ м}$$

$$M''_{4x} = (-0.4 - 0.4 - 0.8 - 0.3) \times 6000 + 9200 \times (0.4 + 0.8 + 0.3) - 8000 \times 0.3 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$Q''_{4y} = 9200 - 6000 - 8000 = -4.8 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Строим эпюру крутящих моментов

$$M_{kp1} = M_2 = 1.199 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{kp2} = M_2 = 1.199 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{kp3} = M_2 - M_1 = -801 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{kp4} = M_2 - M_1 + M_3 = -1 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

по эпюрам M_x и M_y построим эпюру суммарных изгибающих моментов M используя равенство

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$M_{\Sigma 1} = \sqrt{M_{1x}^2 + M_{1y}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\Sigma 2} = \sqrt{M_{2x}^2 + M_{2y}^2} = \sqrt{(-2400)^2 + 0^2} = 2.4 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\Sigma 3} = \sqrt{M_{3x}^2 + M_{3y}^2} = \sqrt{(-1120)^2 + (-2346)^2} = 2.6 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\Sigma 4} = \sqrt{M_{4x}^2 + M_{4y}^2} = \sqrt{1440^2 + (-639)^2} = 1.575 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\Sigma 5} = \sqrt{M''_{4x}^2 + M''_{4y}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Строим эпюру эквивалентного момента

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\Sigma}^2 + M_{kp}^2}$$

Первый участок

$$M_{\text{экв1}} = \sqrt{M_{\Sigma 1}^2 + M_{kp1}^2} = \sqrt{0^2 + 1199^2} = 1.199 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\text{экв1}'} = \sqrt{M_{\Sigma 2}^2 + M_{kp1}^2} = \sqrt{2400^2 + 1199^2} = 2.683 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Второй участок

$$M_{\text{экв2}} = \sqrt{M_{\Sigma 2}^2 + M_{kp2}^2} = \sqrt{2400^2 + 1199^2} = 2.683 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\text{экв2}'} = \sqrt{M_{\Sigma 2'}^2 + M_{kp1}^2} = \sqrt{2599^2 + 1199^2} = 2.862 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Третий участок

$$M_{\text{экв3}} = \sqrt{M_{\Sigma 3}^2 + M_{kp3}^2} = \sqrt{2599^2 + (-801)^2} = 2.72 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\text{экв3}'} = \sqrt{M_{\Sigma 3'}^2 + M_{kp3}^2} = \sqrt{1575^2 + (-801)^2} = 1.767 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Четвертый участок

$$M_{\text{экв4}} = \sqrt{M_{\Sigma 4}^2 + M_{kp4}^2} = \sqrt{1575^2 + (-1)^2} = 1.575 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\text{экв4}'} = \sqrt{M_{\Sigma 4'}^2 + M_{kp4}^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Максимальный эквивалентный момент

$$M_{\text{экв.max}} = 2.862 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Из условия прочности $W_x \geq \frac{M_{\text{экв}}}{[\sigma]}$

$$W_x = \frac{M_{\text{экв.max}}}{[\sigma]} = \frac{2862}{100 \times 10^6} = 0.0000286 \quad \text{м}^3$$

Зная, что осевой момент сопротивления при изгибе вала круглого сечения равен

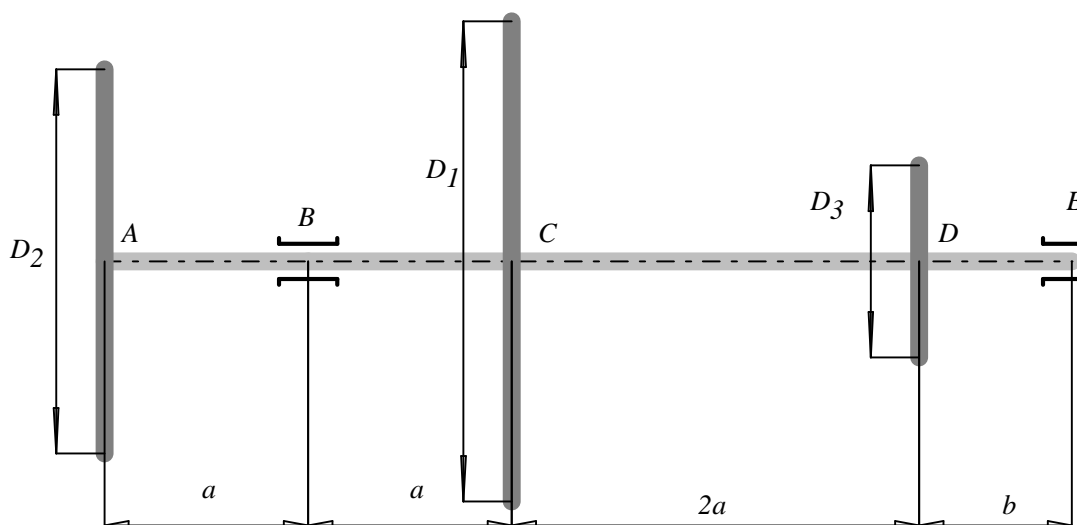
$$W_x = 0.1 \times d^3$$

Находим диаметр вала

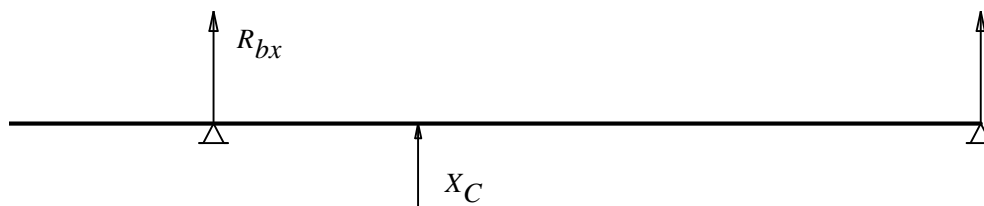
$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0.1}} = \sqrt[3]{\frac{0.0000286}{0.1}} = 0.0659 = 0.066 \text{ м}$$

Принимаем стандартное значение

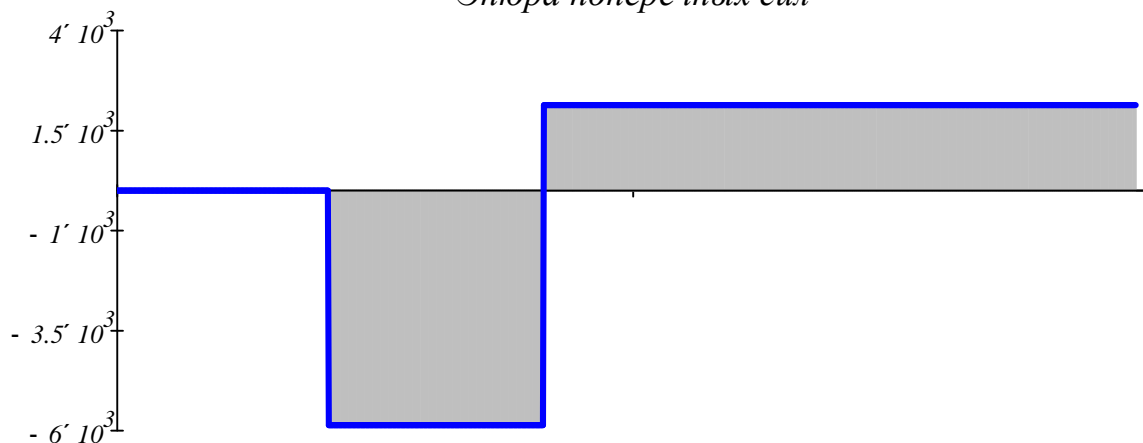
$d = 7 \text{ см}$



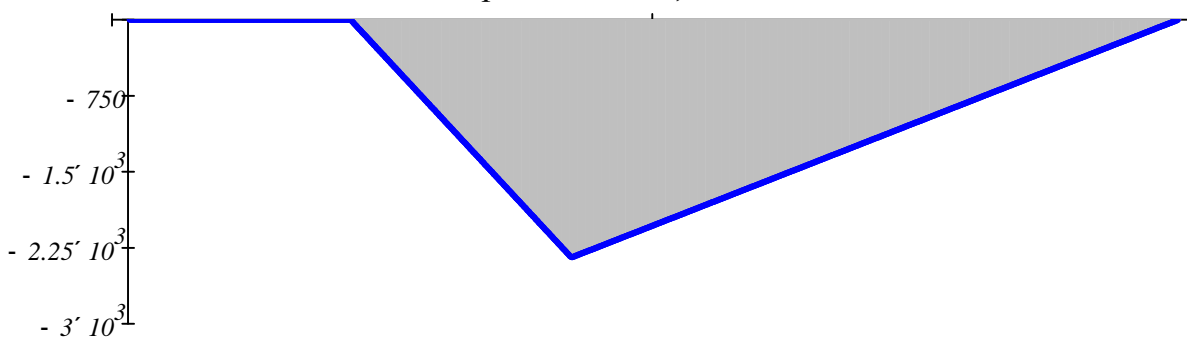
Горизонтальная плоскость



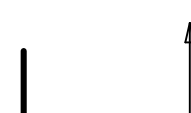
Эпюра поперечных сил

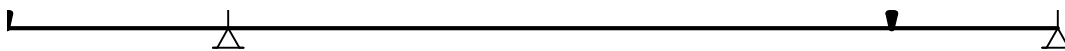


Эпюра изгибающих моментов

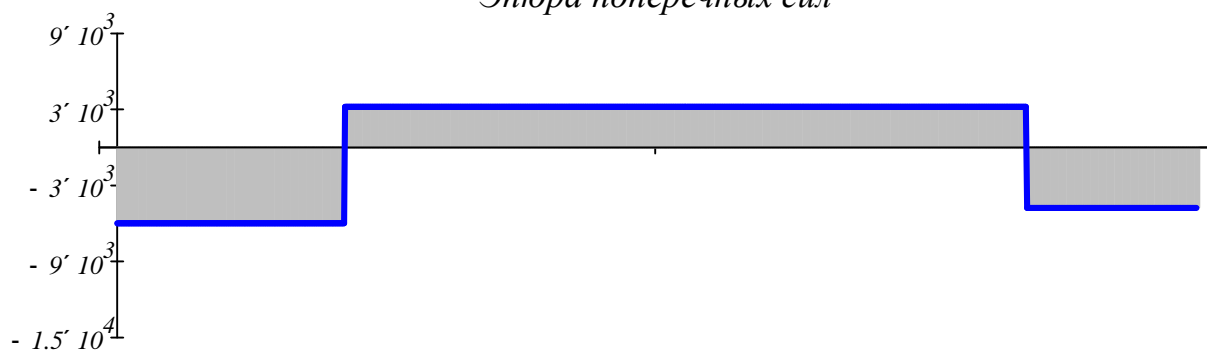


Вертикальная плоскость

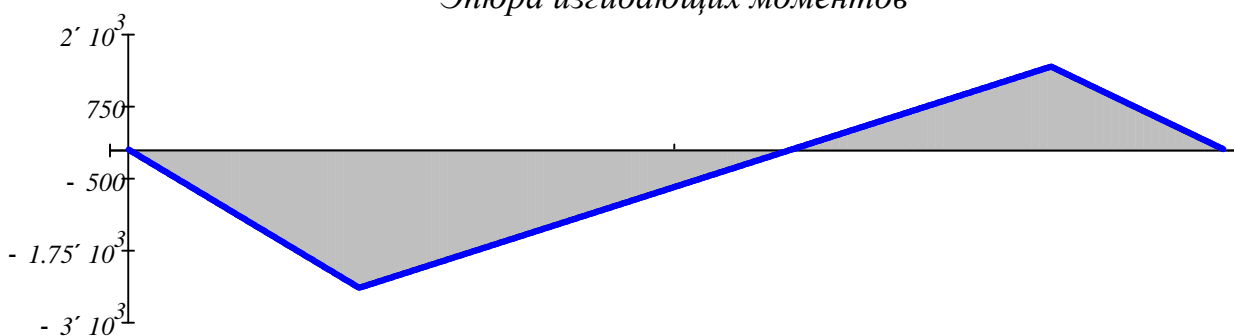




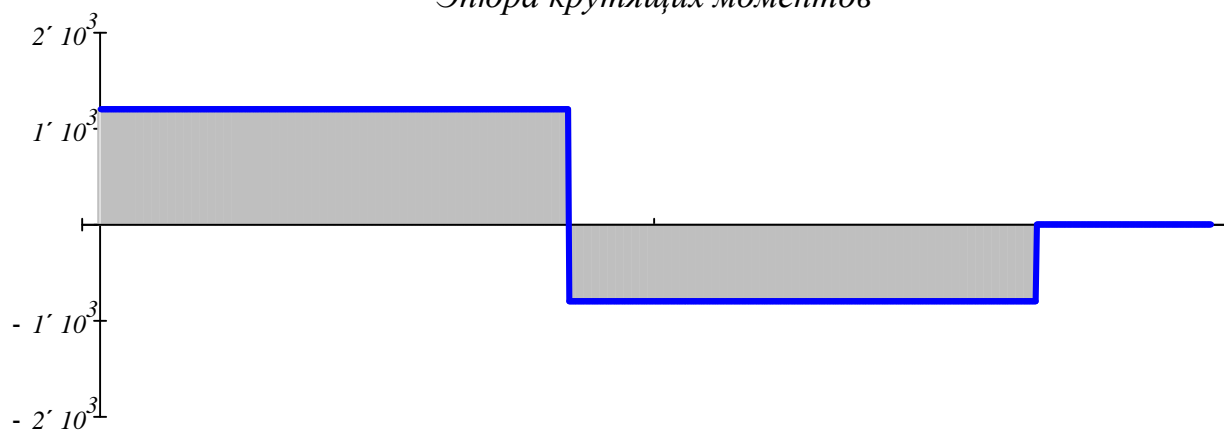
Эюры поперечных сил



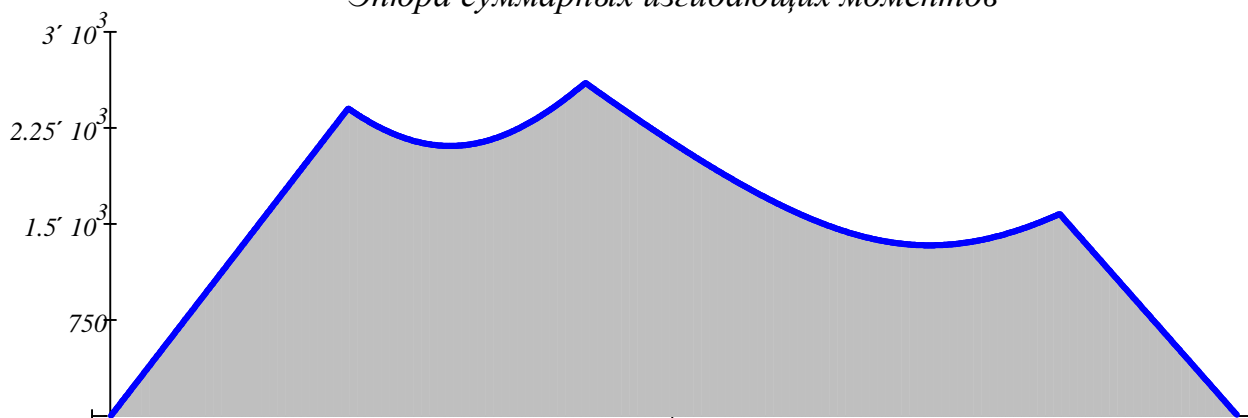
Эюры изгибающих моментов



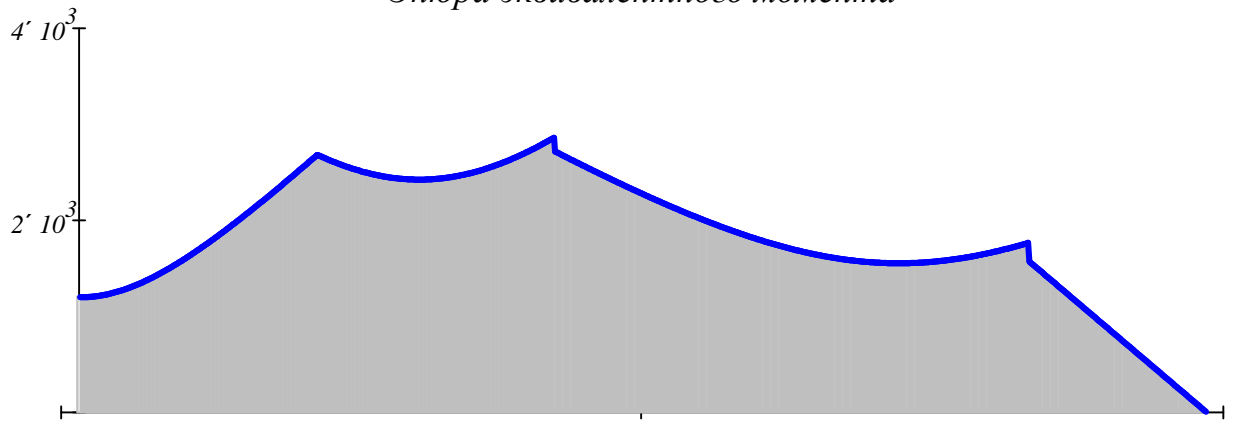
Эюры крутящих моментов



Эюры суммарных изгибающих моментов



Эпюра эквивалентного момента



8 задача

Стальной стержень длиной l сжимается силой P .

Требуется:

1. найти размеры поперечного сечения;

2. найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости.

Исходные данные:

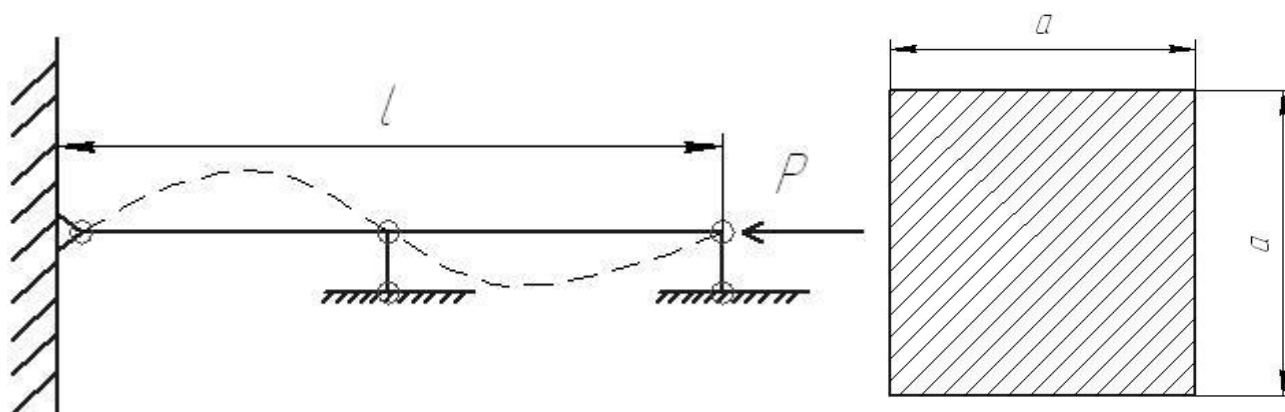
$$P = 200 \times 10^3 \text{ Н} \quad \text{Нагрузка, Н;}$$

$$l = 2.1 \text{ м} \quad \text{Длина стержня, м;}$$

$$\varphi = 0.5 \quad \text{коэффициент снижения нормального напряжения;}$$

$$I\sigma_l = 160 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \quad \text{Допускаемое нормальное напряжение, Па.}$$

$$\mu = 0.5 \quad E = 2 \times 10^{11} \text{ Па}$$



1. Определение размеров поперечного сечения.

Принимаем коэффициент снижения нормального напряжения: $\varphi_1 = \varphi$

$$\text{Площадь сечения, м}^2: \quad F = \frac{P}{I\sigma_l \times \varphi_1} = \frac{200 \times 10^3 \text{ Н}}{160 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \times 0.5} = 0.0025 \text{ м}^2$$

$$F' = a^2$$

$$a = \sqrt{F} \quad a = \sqrt{0.0025 \text{ м}^2}$$

$$a = 0.05 \text{ м}$$

$$\text{Момент инерции, м}^4: \quad J = \frac{a^4}{12} \quad J = \frac{(0.05 \text{ м})^4}{12}$$

$$J = 5.208 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$\text{Радиус инерции, м:} \quad i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{5.21e-7 \text{ м}^4}{0.0025 \text{ м}^2}} = \sqrt{0.000208 \text{ м}^2} = 0.014 \text{ м}$$

$$\text{Гибкость стержня:} \quad \lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0.5 \times 2.1 \text{ м}}{0.0144222 \text{ м}} = 72.8044$$

$$\lambda_2 = 80 \quad \lambda_1 = 70$$

$$\varphi_2 = 0.75 \quad \varphi_1 = 0.81$$

$$\varphi_x = \varphi_2 + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)(\lambda_2 - \lambda)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.75 + \frac{(0.81 - 0.75)(80.0 - 72.8044)}{80.0 - 70.0} = 0.793174$$

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_x}{\varphi_1} \times 100 = \frac{0.5 - 0.793174}{0.5} \times 100 = -58.635 \%$$

Делаем второй перерасчёт.

$$\text{Коэффициент снижения нормального напряжения принимаем равным:} \quad \varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_x}{2} = 0.647$$

$$\text{Площадь сечения, м}^2: \quad F = \frac{P}{\sigma l \varphi_2} = \frac{200 \times 10^3 \text{ Н}}{160 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \times 0.647} = 0.00193 \text{ м}^2$$

$$F' = a^2$$

$$a = \sqrt{F} \quad a = \sqrt{0.00193 \text{ м}^2}$$

$$a = 0.044 \text{ м}$$

$$\text{Момент инерции, м}^4: \quad J = \frac{a^4}{12} \quad J = \frac{(0.0439 \text{ м})^4}{12}$$

$$J = 3.095 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$\text{Радиус инерции, м:} \quad i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{3.1e-7 \text{ м}^4}{0.00193 \text{ м}^2}} = \sqrt{0.000161 \text{ м}^2} = 0.013 \text{ м}$$

$$\text{Гибкость стержня:} \quad \lambda = \frac{\mu \lambda}{i} = \frac{0.5 \times 2.1 \text{ м}}{0.0126886 \text{ м}} = 82.7514$$

$$\lambda_2 = 90 \quad \lambda_1 = 80$$

$$\varphi_2 = 0.69 \quad \varphi_1 = 0.75$$

$$\varphi_x = \varphi_2 + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)(\lambda_2 - \lambda)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.69 + \frac{(0.75 - 0.69)(90.0 - 82.7514)}{90.0 - 80.0} = 0.733492$$

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_x}{\varphi_2} \times 100 = \frac{0.647 - 0.733492}{0.647} \times 100 = -13.368 \%$$

Делаем третий перерасчёт.

$$\varphi_x = 0.733$$

Коэффициент снижения
нормального напряжения принимаем равным:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_x}{2} = 0.69$$

Площадь сечения, м²: $F = \frac{P}{I\sigma I \varphi_3} = \frac{200 \times 10^3 \text{ Н}}{160 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \times 0.69} = 0.00181 \text{ м}^2$

$$F' = a^2$$

$$a = \sqrt{F} \quad a = \sqrt{0.00181 \text{ м}^2}$$

$$a = 0.043 \text{ м}$$

Момент инерции, м⁴: $J = \frac{a^4}{12} \quad J = \frac{(0.0425 \text{ м})^4}{12}$

$$J = 2.719 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

Радиус инерции, м: $i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{2.72 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4}{0.00181 \text{ м}^2}} = \sqrt{0.00015 \text{ м}^2} = 0.012 \text{ м}$

Гибкость стержня: $\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0.5 \times 2.1 \text{ м}}{0.0122474 \text{ м}} = 85.7325$

$$\lambda_2 = 90 \quad \lambda_1 = 80$$

$$\varphi_2 = 0.69 \quad \varphi_1 = 0.75$$

$$\varphi_x = \varphi_2 + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)(\lambda_2 - \lambda)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.69 + \frac{(0.75 - 0.69)(90.0 - 85.7325)}{90.0 - 80.0} = 0.715605$$

$$\frac{\varphi_3 - \varphi_x}{\varphi_3} \times 100 = \frac{0.69 - 0.715605}{0.69} \times 100 = -3.711 \%$$

Делаем четвертый перерасчёт.

Кoeffициент снижения

нормального напряжения принимаем равным:

$$\varphi_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi_x}{2} = 0.703$$

Площадь сечения, м²:

$$F = \frac{P}{I\sigma I \times \varphi_4} = \frac{200 \times 10^3 \text{ Н}}{160 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \times 0.703} = 0.00178 \text{ м}^2$$

$$F' = a^2$$

$$a = \sqrt{F} \quad a = \sqrt{0.00178 \text{ м}^2}$$

$$a = 0.042 \text{ м}$$

Момент инерции, м⁴:

$$J = \frac{a^4}{12} \quad J = \frac{(0.0422 \text{ м})^4}{12}$$

$$J = 2.643 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

Радиус инерции, м:

$$i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{2.64 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4}{0.00178 \text{ м}^2}} = \sqrt{0.000148 \text{ м}^2} = 0.012 \text{ м}$$

Гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0.5 \times 2.1 \text{ м}}{0.0121655 \text{ м}} = 86.3096$$

$$\lambda_2 = 90 \quad \lambda_1 = 80$$

$$\varphi_2 = 0.69 \quad \varphi_1 = 0.75$$

$$\varphi_x = \varphi_2 + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)(\lambda_2 - \lambda)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.69 + \frac{(0.75 - 0.69)(90.0 - 86.3096)}{90.0 - 80.0} = 0.712142$$

$$\frac{\varphi_4 - \varphi_x}{\varphi_4} \times 100 = \frac{0.703 - 0.712142}{0.703} \times 100 = -1.3 \quad \%$$

Принимаем: $a = 0.042 \text{ м}$ $F = 1.78 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$

2. Определение критической силы и коэффициента запаса устойчивости.

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E J}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \text{ Па} \cdot 2.64 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4}{(0.5 \cdot 2.1 \text{ м})^2} = 4.727 \cdot 10^5 \text{ Н}$$

$$IPI = \varphi_x \cdot \sigma l \cdot F = 0.712142 \cdot 60 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 0.00178 \text{ м}^2 = 2.028 \cdot 10^5 \text{ Н}$$

Коэффициент запаса:

$$n_y = \frac{P_{кр}}{IPI} \quad \boxed{n_y = 2.33}$$