11. Вычислить массу материальной пластинки треугольной формы с вершинами O,A,B, поверхностная плотность которой в точке M равна δ.

предпоследняя цифра студенческого $n = 9$

последняя цифра студенческого $k = 1$

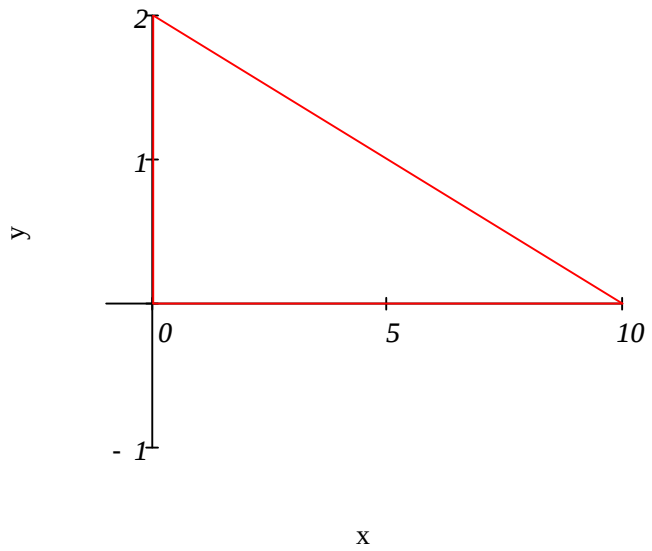
Получим координаты точек

O	$(0;\ 0)$
A	$(10;\ 0)$
B	$(0;\ 2)$

Закон распределения плотности вещевства пластинки

$$\delta(x,y) = x + y$$

Решение: изобразим пластинку на плоскости XOY:



Масса неоднородной пластинки выражается через двойной интеграл по формуле

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\, dx\, dy$$

В нашем случае область D - треугольник OAB, $\delta(x,y) = x + y$

Запишем уравнение прямой AB, используя уравнение прямой в отрезках;

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{2} = 1 \qquad \text{откуда получим}$$

$$y(x) = 2 - \frac{x}{5}$$

область D задается как решение системы неравенств D:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 2 - \frac{x}{5} \end{cases}$$

Вычислим массу m, переходя от двойного к повторному интегралу:

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \int_0^{2-\frac{x}{5}} x + y\,dy = \int_0^{10} 1\,dx \left(xy + \frac{y^2}{2} \right) \Bigg|_0^{2-\frac{x}{5}} =$$

$$= \int_0^{10} \left(\frac{\left(2 - \frac{x}{5}\right)^2}{2} + x\left(2 - \frac{x}{5}\right) \right) dx = \int_0^{10} \left(\frac{\left(2 - \frac{x}{5}\right)^2}{2} - x\left(2 - \frac{x}{5}\right) \right) dx =$$

$$= \frac{4x^2}{5} - \frac{3x^3}{50} + 2x \Bigg|_0^{10} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^2}{5} - \frac{3 \cdot 10^3}{50} + 2 \cdot 10 - \left(\frac{4 \cdot 0^2}{5} - \frac{3 \cdot 0^3}{50} + 2 \cdot 0 \right) = 40$$