*11. Вычислить массу материальной пластинки треугольной формы с вершинами O,A,B, поверхностная плотность которой в точке M равна δ.*

*предпоследняя цифра студенческого* $n = 4$

*последняя цифра студенческого* $k = 0$

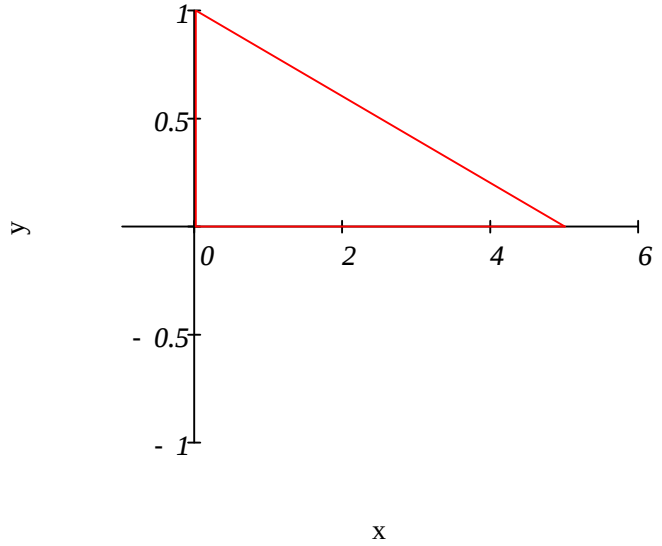
*Получим координаты точек*

$O \quad (0;\ 0)$
$A \quad (5;\ 0)$
$B \quad (0;\ 1)$

*Закон распределения плотности вещевства пластинки*

$\delta(x,y) = x + y$

*Решение: изобразим пластинку на плоскости XOY:*




*Масса неоднородной пластинки выражается через двойной интеграл по формуле*

$$m = \iint_{(D)} \delta(x,y)\, dx\, dy$$

*В нашем случае область D - треугольник OAB,* $\delta(x,y) = x + y$

*Запишем уравнение прямой AB, используя уравнение прямой в отрезках;*

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{1} = 1 \qquad \text{откуда получим}$$

$$y(x) = 1 - \frac{x}{5}$$

*область D задается как решение системы неравенств D:*

$$\begin{cases} 0 \le x \le 5 \\ 0 \le y \le 1 - \frac{x}{5} \end{cases}$$

*Вычислим массу m, переходя от двойного к повторному интегралу:*

$$m = \iint\limits_{(D)} \delta(x,y)\,dx\,dy = \int_0^5 dx \int_0^{1-\frac{x}{5}} x + y\,dy = \int_0^5 dx \left( xy + \frac{y^2}{2} \right) \Bigg|_0^{1-\frac{x}{5}} =$$

$$= \int_0^5 \left( \frac{\left(1 - \frac{x}{5}\right)^2}{2} + x\left(1 - \frac{x}{5}\right) \right) dx = \int_0^5 \left( \frac{\left(\frac{x}{5} - 1\right)^2}{2} - x\left(\frac{x}{5} - 1\right) \right) dx =$$

$$= \frac{2x^2}{5} - \frac{3x^3}{50} + \frac{x}{2} \Bigg|_0^5 =$$

$$= \frac{2 \cdot 5^2}{5} - \frac{3 \cdot 5^3}{50} + \frac{5}{2} - \left( \frac{2 \cdot 0^2}{5} - \frac{3 \cdot 0^3}{50} + \frac{0}{2} \right) = 5$$